I. Az első öt szorzat (beleértve magát a 3-at is), az egyjegyűeket 0 eléjeírásával kétjegyűnek írva:

$$03, 09, 27, 81, 243,$$

az utolsóban utolsó jegyként megismétlődött a 3-as. Mivel szorzat utolsó jegyét a tényezők utolsó jegyei szorzatának utolsó jegye adja, azért a további szorzásoknál utolsó jegyként most már periodikusan a 3, 9, 7, 1 fog ismétlődni, ebben a sorrendben. Az utolsó előtti számjegy, eddig mindenütt páros.

3-mal való szorzásnál az utolsó előtti jegyet úgy kapjuk, hogy a szorzandó utolsó előtti jegyének 3-szorosához hozzáadjuk az utolsó jegy 3-szorosából adódó áthozatot, és az összeg utolsó jegyét vesszük. Mivel a 3, 9, 7 és 1 jegy 3-szorosából rendre 0, 2, 2, 0 áthozat adódik, azért így, ha egy szorzat utolsó előtti jegye páros, akkor a 3-szorosában is. Ezzel beláttuk, hogy a 3-mal szorzást folytatva mindig igaz lesz, hogy a tízes helyértékű jegy páros.

II. Az 1, 3, 7 és 9 számok szorzótáblájában az utolsó jegy újra ezek egyike, az utolsó előtti jegy pedig mindig páros. Így ezek bármelyikét választva 3 helyett, a fenti meggondoláshoz teljesen hasonlóan látható, hogy az ismételt szorzásnál a tízesek jegye mindig páros lesz. Igaz az állítás az 5-re is, mert az első szorzástól kezdve minden szorzat 25-re végződik, és nyilván igaz a 0-ra is. A 2-vel vagy 4-gyel végezve ismételt szorzást, fellép a 16, a 6-tal indulva a 36, a 8-cal indulva az 512, így ezek nem felelnek meg.

Végül többjegyű szorzókat tekintve azok tízes helyértékű jegye páros kell hogy legyen, és így a szám az utolsó jegyének és egy 20-szal osztható számnak az összege. De ha két számot 20-nak egy-egy többszörösével megváltoztatunk, akkor szorzatuk is 20 valamilyen többszörösével változik meg, hiszen

$$(20A + a)(20B + b) = 20(20AB + Ab + aB) + ab.$$

	1	3	7	9
1	01	03	07	09
3	03	09	21	27
7	07	21	49	63
9	09	27	63	81

Így ha egy egyjegyű számból kiindulva az ismételt szorzásnál a tízesek jegye mindig páros, akkor ez igaz minden olyan számra is, amelyik erre a jegyre végződik és tízes helyértékű jegye páros.

Ezek szerint 3 helyett választható bármilyen egész szám, amelynek utolsó jegye 0, 1, 3, 5, 7 vagy 9, utolsó előtti jegye pedig páros.

Fazekas Árpád (Nyíregyháza, Vasvári P. Gimn. III. o. t.)

Megjegyzés. Bár a feladat nem kívánta a 3 helyére írható összes megfelelő szám megadását, könnyű a fentiekhez hasonló gondolatmenettel belátni, hogy a fent említett számokon kívül nincs más megfelelő, sőt a 0-ra végződőkön kívül bármelyikből kiindulva végtelen sok olyan többszörös fordul elő, amelyben a tízes helyértékű számjegy páratlan.