

¹a) Törzstényezőik szorzatára bontva $284 = 2^2 \cdot 71$, $220 = 2^2 \cdot 5 \cdot 11$, így az ajánlott 1106. gyakorlat gondolatmenete szerint felírva mind a $(2 + 1)(1 + 1) = 6$, ill. hasonlóan $3 \cdot 2 \cdot 2 = 12$ osztójukat, majd azok összegét (innen azonban magukat a számokat elhagyva, 1-et pedig az osztók közé értve):

$$284 \text{ esetében: } 1 + 2 + 4 + 71 + 142 = 220,$$

220 esetében: $[(1 + 2 + 4) + (5 + 10 + 20)] + [(11 + 22 + 44) + (55 + 110)] = 284$, tehát az állítás szerinti megegyezés fennáll.

b) Hasonlóan $76\ 084 = 2^2 \cdot 23 \cdot 827$, és itt 827 prímszám, mert a négyzetgyökénél, 28,7-nél kisebb prímek egyikével sem osztható, így – amennyiben az állítás helyes – barátságos párja csak az osztóiból képezett összeg lehet, ami alkalmas csoportosítással

$$\begin{aligned} & [(1 + 2 + 4) + (23 + 46 + 92)] + [(827 + 1654 + 3308) + (19\ 021 + 38\ 042)] = \\ & = [7 + 23 \cdot 7] + [827(7 + 23 \cdot 7) - 76\ 084] = (1 + 2 + 4)(1 + 23)(1 + 827) - 76\ 084 = \\ & = 63\ 020. \end{aligned}$$

Valóban, képezve a $63\ 020 = 2^2 \cdot 5 \cdot 23 \cdot 137$ felbontás alapján e szám $3 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 24$ osztójának összegét, és elhagyva az összegből magát a számot, visszakapjuk 76 084-et. Az összeget az utóbbiakhoz hasonlóan mindjárt rövidítve képezzük: a legfeljebb 2 hatványait tartalmazó osztók összege $1 + 2 + 4 = 7$;

azok összege, amelyek ezeken kívül legfeljebb az 5-ös tényezőt tartalmazzák: $7 + 5 \cdot 7 = (1 + 5)7 = 42$;

figyelembe véve a 23-at, végül a 137-et tényezőként tartalmazókat is, rendre $(1 + 23) \cdot 42 = 1008$, ill. $(1 + 137)1008 = 139\ 104$, és ebből kivonva magát a 63 020-at, a maradvány 76 084.

Gál Péter (Budapest, Kazinczy F. Ált. Isk., 8. o. t.),
Vogel Anna (Szentendre, Ferences Gimn., I. o. t.)

¹Lásd az 1106. gyakorlatot, K. M. L. 35 (1967) 151. o.