Feltesszük, hogy $a \neq 0$, mert különben minden x-re $y=-x$ kielégíti az egyenletrendszert.

A (2) bal oldalát ismert azonosság alapján szorzattá alakítjuk:

$$(x+y)(x^4-x^3y+x^2y^2-xy^3+y^4)=2a^5,$$

és így, (1) figyelembevételével

$$x^4-x^3y+x^2y^2-xy^3+y^4=2a^4. \tag{3}$$

Másrészt

$$(x+y)^4=x^4+4x^3y+6x^2y^2+4xy^3+y^4=a^4,$$

és ebből (3)-at kivonva egyenletet kapunk az xy szorzatra:

$$5xy(x^2+xy+y^2)=5xy\left[(x+y)^2-xy\right]=5xy(a^2-xy)=-a^4,$$
$$5(xy)^2-5a^2(xy)-a^4=0.$$

Ebből

$$(xy)_{\mathrm{I}}=\frac{a^2}{10}\left(5-3\sqrt{5}\right), \qquad (xy)_{\mathrm{II}}=\frac{a^2}{10}\left(5+3\sqrt{5}\right).$$

Ezeket (1)-gyel összekapcsolva ismerjük x és y összegét és szorzatát, így két különálló másodfokú egyenletet kapunk, melyeknek gyökei az (1)-et és (2)-t kielégítő x, y értékpárok. Az $(xy)_{\mathrm{I}}$ alapján adódó egyenlet

$$z^2-az+\frac{a^2}{10}\left(5-3\sqrt{5}\right)=0,$$

és így az adódó x, y értékpár

$$\frac{a}{2}\pm\frac{a}{10}\sqrt{30\sqrt{5}-25}.$$

Numerikusan $a\cdot 1{,}1487$ és $-a\cdot 0{,}1487$.

Az $(xy)_{\mathrm{II}}$ alapján adódó egyenletnek nincs valós megoldása, az adott rendszert tehát két valós x, y értékpár elégíti ki, amelyek az értékek felcserélésével keletkeznek.

Ekvivalens átalakításokat végeztünk, nem veszthettünk el gyököt és új gyök sem léphetett be, ezért a megoldások kipróbálása nem szükséges.

Megjegyzés. Kézenfekvő a rendszert egyismeretlenes egyenletre visszavezetni, (1) alapján az új z ismeretlent vezetve be:

$$x=\frac{a}{2}+z, \qquad y=\frac{a}{2}-z.$$

Ezeket (2)-be beírva z páratlan kitevős hatványai kiesnek:

$$2\left[\left(\frac{a}{2}\right)^5+10\left(\frac{a}{2}\right)^3z^2+5\frac{a}{2}z^4\right]=2a^5,$$
$$z^4+\frac{a^2}{2}z^2-\frac{31a^4}{80}=0, \qquad (a\neq 0)$$
$$z=a\sqrt{-\frac{1}{4}\pm\frac{3}{2\sqrt{5}}},$$

ami, a belső gyököt $+$ előjellel véve a fentivel azonos eredmény.