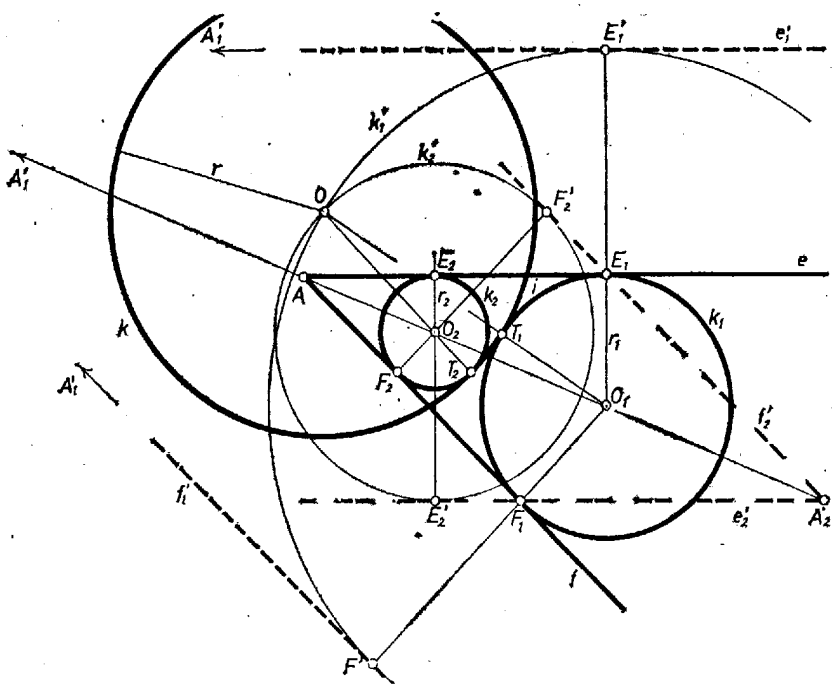
Legyen az adott $k$ kör középpontja $O$, sugara $r$, az adott belső pont $A$, a két félegyenes $e$ és $f$. Nyilvánvaló, hogy a keresett körök csak az $e$, $f$ közti, 180°-nál kisebb szögtartományban lehetnek; egy-egy kör várható $k$-n belül és kívül. Legyen $k$-nak a szögtartományban levő íve $i$.

Feladatunkat ismert szerkesztési feladatra vezetjük vissza a körzsugorítás módszerével. Érintse az $O_1$ közepű, $r_1$ sugarú $k_1$ kör $e$-t és $f$-et, valamint $k$-t kívülről, rendre az $E_1$, $F_1$, $T_1$ pontban. Hosszabbítsuk meg $k_1$ minden sugarát kifelé $r$-rel, így a végpontok az $O_1$ közepű, $r_1+r$ sugarú $k_1'$ körön lesznek, az $O_1T_1$ sugár meghosszabbításának végpontja éppen $O$-ban lesz.




$k_1'$-nek az $O_1E_1$, $O_1F_1$ sugár meghosszabbításán levő $E_1'$, $F_1'$ pontbeli $e_1'$, ill. $f_1'$ érintője párhuzamos $e$-vel, ill. $f$-fel, előállítható belőle rá merőleges, $r$ hosszúságú olyan eltolással, mely $i$-t növeli.

Eszerint elég azt a $k_1'$ kört megszerkesztenünk, mely érinti $e_1'$-t, $f_1'$-t, átmegy $O$-n, és sugara nagyobb $r$-nél. ($O$ mindenesetre az eltolt félegyenesek között lesz, mert $e$-től és $f$-től – ill. meghosszabbításuktól – való távolsága az adatok szerint kisebb $r$-nél.) $k_1'$ szerkesztésének hasonlósági transzformációval való megoldása megtalálható a tankönyvben;[1] ezt előállítva $k_1$ a vele koncentrikus, $r$-rel kisebb sugarú kör.

Legyen másrészt feladatunknak a $k$-t belülről érintő megoldása az $O_2$ közepű $r_2(<r)$ sugarú $k_2$ kör, az érintkezési pontok rendre $E_2$, $F_2$, $T_2$. Mérjük föl $r$-et $k_2$ minden pontjából kiindulva $O_2$ irányában, a végpontok az $O_2$ középpontú, $r-r_2$ sugarú $k_2'$ körön lesznek, és a $T_2$-höz tartozó végpont $O$. Legyenek az $E_2$, $F_2$ pontokhoz tartozó végpontok $E_2'$, $F_2'$ és a bennük $k_2'$-höz húzott érintők $e_2'$, $f_2'$, ekkor $k_2'$ az $e_2'$, $f_2'$ egyeneseket érintő, $O$-n átmenő és $r$-nél kisebb sugarú kör, $k_2$ pedig ezzel koncentrikus.

Amennyiben $e$, $f$ szimmetrikusak az $OA$ egyenesre vagy ha még $A$ azonos is $O$-val, a szerkesztés egyszerűsödik.

*Megjegyzés.* A szerkesztés végrehajtásában $f$ eltolását megtakaríthatjuk, hiszen pl. az $e_1'$, és $f_1'$ egyenesek $A_1'$ metszéspontját meghatározza $e_1'$ és az $e$, $f$ félegyenesek $AA_1'$ szögfelezője, amit az idézett szerkesztés segédkörének felvétele céljára úgyis meg kell rajzolnunk.

*Kovalszky Róbert* (Budapest, Landler J. Gimn.)

[1] *Horvay Katalin-Pálmay Lóránt:* Matematika a gimnáziumok és szakközépiskolák II. o. számára, Tankönyvkiadó, Budapest, 1967. 82. o.