Könnyű megállapítani a számlálóbeli polinomtényezők 0-helyeit, azok ismeretében a számlálót gyöktényezők szorzataként írhatjuk.

$$x^5 - 13x^3 + 36x = x(x^4 - 13x^2 + 36) = 0$$

akkor teljesül, ha $x = 0$, és ha $x^2 = 4$, és ha $x^2 = 9$, vagyis az

$$x = 0, \qquad \pm 2, \qquad \pm 3$$

helyeken; hasonlóan

$$x^4 - 17x^2 + 16 = 0$$

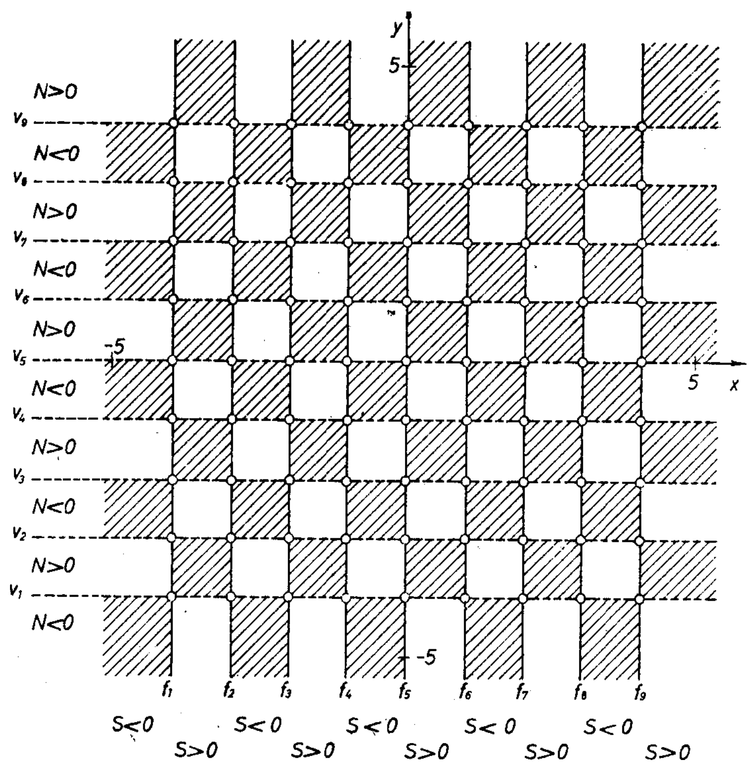
akkor teljesül, ha $x^2 = 1$, és ha $x^2 = 16$, vagyis az

$$x = \pm 1, \qquad \pm 4$$

helyeken. Nyilvánvaló továbbá, hogy a nevező csak akkor válik 0-vá, ha y-nak az x-re talált $0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \pm 4$ értékeket adjuk, ezért (1) így írható:

$$\frac{(x+4)(x+3)(x+2)(x+1) \cdot x \cdot (x-1)(x-2)(x-3)(x-4)}{(y+4)(y+3)(y+2)(y+1) \cdot y \cdot (y-1)(y-2)(y-3)(y-4)} \geqq 0.$$

A bal oldali kifejezésnek nincs értelme azoknak a pontoknak a koordinátáival, amelyekkel az N nevező 0-vá válik. Ez azokra a pontokra teljesül, amelyekkel N valamelyik tényezője 0, pl. ha $y + 4 = 0$, tehát ha $y = -4$, és így, ha a pont ordinátája a -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4 számok valamelyike. Ha az ordináta e kiemelt értékektől különböző, akkor $N \neq 0$.



A mondott pontok az x tengellyel párhuzamos, az ábra vékony, szaggatott vonallal rajzolt $v_1, v_2, \ldots, v_9$ egyeneseinek pontjai; v_5 maga az x tengely.

A v_1 alatti pontokra nézve $y < -4$, itt N negatív, mert mind a 9 tényezője negatív; a v_1 és v_2 közötti pontokban $-4 < y < -3$, N pozitív, mert $y + 4 > 0$, a többi 8 tényező negatív. Minden egyes v egyenes átlépésével N előjele ellentétesre fordul, mert egy tényezőjének előjele ellentétesre változik, a többi tényező előjele pedig változatlan marad; v_9 átlépésével $N > 0$, mert mindegyik tényezője pozitív.

Hasonlóan az S számláló értéke a koordináta-rendszer

$$x - a, \qquad a = -4, \ -3, \ldots, 3, \ 4$$

egyenletű egyenesein (az ábra f_1, f_2, …, f_9 függőleges egyenesén) levő pontok koordinátáival 0, és S előjele f_1-től balra negatív, jobbra haladva minden egyes f-egyenes átlépése után ellentétesre fordul és f_9-től jobbra pozitív.

Mind a v-jelű, mind az f-jelű egyenesek a síkot két félsíkra és köztük párhuzamos síksávokra osztják. A két felosztás egyidejű figyelembevételével végtelenbe nyúló síknegyedek, félsávok és egységnyi oldalú négyzetek keletkeznek. Az eddigiek alapján könnyen leírhatjuk az egyes síkrészekben S/N előjelét – hiszen az eddigiek szerint az előjel minden síkrészben, állandó – és evvel az (1)-et teljesítő pontok keresett halmazát.

(1) az f-egyeneseken levő pontokban úgy teljesül, hogy egyenlőség áll, kivéve természetesén a v-egyenesekkel való (üres karikával jelölt) metszéspontokat. (1) a „>” jellel teljesül azoknak a síkrészeknek a belső pontjaiban, amelyeknek a két felosztás szerinti sávjában, ill. félsíkjában N és S ugyanolyan előjelű – az ábrán e síkrészeket vonalkáztuk. A vonalkázott síkrészekhez hozzászámítandó 2, ill. 1 függőleges határoló szakaszuk vagy félegyenesük minden belső pontja (azaz végpontok nélkül), viszont nem számítandók hozzájuk a vízszintes határoló szakaszok, félegyenesek, végpontjaikkal együtt. A vonalkázatlan síkrészek belső pontjaiban S és N ellentétes előjelű, ezekben (1) nem teljesül.