Legyen a keresett háromszög ABC, melynek az A csúcsából kiinduló $AD = f$ szögfelezője és az $AB = c(> AC)$ oldala, valamint a C és B csúcsoknál levő γ és β szögek $\gamma - \beta = \delta$ különbsége adott. ADB szög az ACD háromszögnek külső szöge, így

$$ADB\sphericalangle = \gamma + \frac{\alpha}{2}.$$

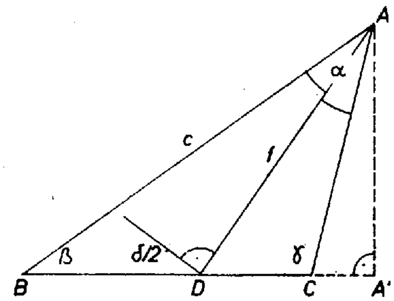
Hasonlóan

$$ADC\sphericalangle = \beta + \frac{\alpha}{2},$$

és mivel ezek egymás kiegészítő szögei,

$$ADB\sphericalangle = \frac{180^\circ - \left(\beta + \dfrac{\alpha}{2}\right) + \left(\gamma + \dfrac{\alpha}{2}\right)}{2} = 90^\circ + \frac{\gamma - \beta}{2} = 90^\circ + \frac{\delta}{2}.$$

Eszerint az ABD háromszögben adott két oldal, és ismert a nagyobbikkal szemben fekvő szög, így a háromszög megszerkeszthető.



1. ábra

Ezek alapján a keresett háromszöget úgy szerkesztjük meg, hogy a tetszőleges állású AD szakaszra D végpontjában felmérjük az $\omega = 90^\circ + \dfrac{\delta}{2}$ szöget, ennek szárából az A középpontú, c sugarú kör metszi ki a B csúcsot. Végül az AB egyenest az AD egyenesre tükrözve kapjuk a háromszög AC oldalegyenesét, ez a BD egyenesből kimetszi a C csúcsot.

A kapott háromszögben AD, AB előírt hosszúságú, és a tükrözés miatt AD szögfelező, és a fenti elemzés alapján a szögek különbsége

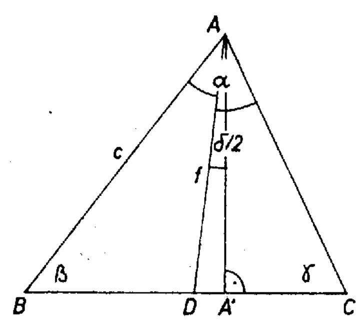
$$\gamma - \beta = 2\omega - 180^\circ,$$

tehát valóban az előírt δ szög.

A szerkesztés végrehajtható, ha $c > f$, és $\delta < 180^\circ$, egyetlen megoldást kapunk. – Az eljárás $\delta = 0^\circ$, azaz egyenlő szárú háromszög esetén is érvényes.

Simon Júlia (Győr, Kazinczy F. Gimn., II. o. t.)

Megjegyzés. Lényegében ugyanerre a megoldásra jutunk az A-ból induló AA' magasság berajzolásával.



2. ábra

Ekkor, a $DAA'\sphericalangle$ a $\gamma \leq 90^\circ$ esetben a DAC és CAA' szögek különbsége:

$$DAC\sphericalangle - CAA'\sphericalangle = \frac{\alpha}{2} - (90^\circ - \gamma) = \frac{180^\circ - \beta - \gamma}{2} - (90^\circ - \gamma) = \frac{\gamma - \beta}{2} = \frac{\delta}{2},$$

$\gamma > 90^\circ$ esetén pedig az összegük:

$$\frac{180^\circ - \beta - \gamma}{2} + (\gamma - 90^\circ) = \frac{\delta}{2}.$$

Eszerint AD-re A-ban felmérve $\delta/2$-t, megkapjuk az AA' egyenest, és erre a D-ből állított merőleges a BC oldal egyenese.

Láng István (Székesfehérvár, Petőfi S. Ált. Isk. 8. o. t.)