I. megoldás. Az adott egyenlőség bal és jobb oldala különbségének – ami 0 – a 2-szerese alkalmas csoportosítással így alakítható:

$$(a-b)^2+(a-c)^2+(b-c)^2=0$$

Ámde egyik tag sem negatív, ezért az egyenlőség valós számok között csak úgy állhat fenn, ha mind a három tag 0. Ekkor pedig a kérdéses számok páronként egyenlők, az állítás igaz.

II. megoldás. Tekintsük (1)-ben a-t ismeretlennek, b-t és c-t paramétereknek. Ennek megfelelően rendezve

$$a^2-(b+c)a+(b^2-bc+c^2)=0. \tag{2}$$

A diszkrimináns

$$D=(b+c)^2-4(b^2-bc+c^2)=-3(b^2-2bc+c^2)= \\ -3(b-c)^2.$$

A föltevés szerint a valós, ezért $D\geq 0$, ami csak $b=c$ esetén teljesül. Ekkor pedig (2)-t csak egy szám elégíti ki, és ez

$$a=\frac{b+c}{2}=\frac{2b}{2}=b=c.$$