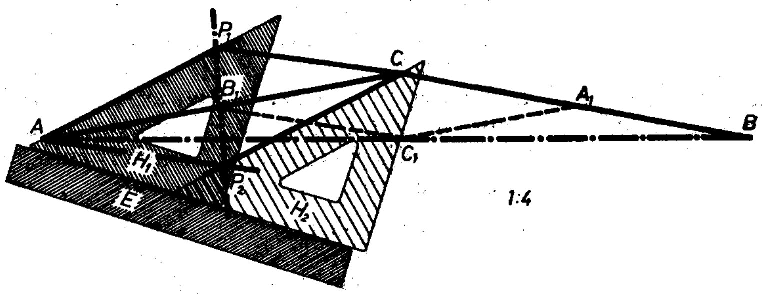
I. megoldás. Legyen a két megjelölt pont A és B. Illesszük az E egyenes vonalzót az A pontra úgy, hogy az egyik vége kb. 1–2 mm-re legyen A-tól, másrészt hogy az AB félegyenes várt helyzetéhez kis szöggel (legfeljebb kb. 15°-kal) hajoljon, és rajzoljunk AC szakaszt úgy, hogy C végpontja E-nek másik végétől 1–2 mm-re legyen (1. ábra).



1. ábra

Ekkor 19 cm$< AC <$ 20 cm, így $AB <$ 38 cm figyelembevételével $BC <$ 20 cm, a BC szakasz is megrajzolható E felhasználásával. Meg fogjuk szerkeszteni az ABC háromszög AC, BC oldalának B_1, ill. A_1 felezőpontját, majd ezekből az AB oldal C_1 felezőpontját, ekkor az AC_1, BC_1 megrajzolható szakaszok egymás meghosszabbításába esnek és együtt kiadják az AB szakaszt.

B_1-et egy olyan P paralelogramma középpontjaként szerkesztjük, melynek egyik átlója AC. Állítsuk E-t úgy, hogy egyik vége 1–2 mm-re legyen A-tól, ne fedje AC-t, és olyan szöggel hajoljon hozzá, hogy a H háromszögvonalzót E-re támasztva és rajta ide-oda csúsztatva az átfogó A-n is, C-n is átmenjen. Így A-n és C-n át megrajzolhatjuk P egyik oldalegyenes-párjának elég hosszú darabját. Ezt ismételve – kb. AC-re való tükörképükként – a másik oldalpárt kapjuk, s ekkor a P-nek új, P_1, P_2 csúcsait összekötő átló AC-ből kimetszi B_1-et. Ugyanígy szerkesztjük A_1-et.

Most már C_1 – a háromszög középvonalainak ismert tulajdonsága szerint – paralelogrammává egészíti ki az A_1, C, B_1 pontokat, tehát megszerkeszthető, mint az AC-vel A_1-en át és a BC-vel B_1-en át húzott párhuzamosok metszéspontja. Az új paralelogramma oldalai kisebbek 10 cm-nél, hegyes szögei kisebbek 30°-nál, így A_1C_1 és B_1C_1 az előbbiekhez hasonlóan megrajzolhatók.

Szerkesztésünk elvi helyessége a paralelogramma tulajdonságainak és a csúsztatással való párhuzamos-rajzolásnak ismeretében nyilvánvaló.

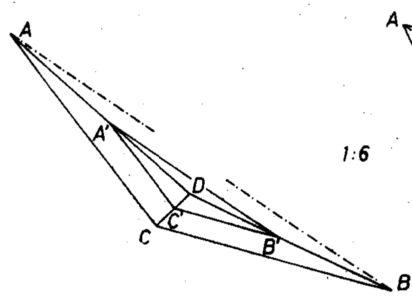
Lengyel Erzsébet (Budapest, Berzsenyi D. Gimn., II. o. t.)

Megjegyzés. Nem volt célunk számításos bizonyítást adni arra, hogy E-nek és H oldalainak hossza elegendő a leírt egyenesek megrajzolásához.

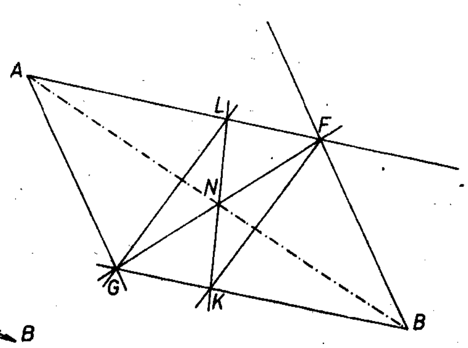
II. megoldás. Legyen D az előbbi ABC háromszögnek olyan belső pontja, amely a csúcsok mindegyikével összeköthető, továbbá C' a CD szakasznak D-hez közelebbi pontja (2. ábra). Messe a C'-n át CA-val, CB-vel húzott párhuzamos DA-t A'-ben, DB-t B'-ben, ekkor az $A'B'C'$ háromszög az ABC háromszögnek kicsinyített képe a D hasonlósági középpontra nézve, a kicsinyítés aránya kisebb 1/2-nél, így az $A'B'$ oldal – ami párhuzamos a keresett AB-vel – megrajzolható.

Erre támaszkodva H csúsztatásával megrajzolhatjuk az AB, valamint a BA félegyenesnek egy-egy az átfogónál nem nagyobb szakaszát, és mindkettő része az AB szakasznak.

Lehőcz Ágnes (Budapest, Berzsenyi D. Gimn., I. o. t.)



2. ábra



3. ábra

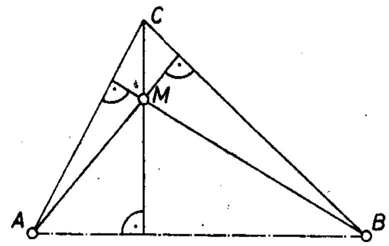
III. megoldás. Mindjárt kezdetben felhasználjuk, ami az előző megoldás végén hiány maradt, hogy megrajzolt egyenesszakaszt meghosszabbíthatunk, hiszen kijelölhetünk rajta alkalmas 2 pontot és ezekre a vonalzót új helyzetben illeszthetjük rá. Egy ilyen meghosszabbító egyenes-rész természetesen mindig kisebb a vonalzó hosszánál, viszont az eljárást elég sokszor ismételve, az egyenes tetszés szerinti hosszú szakasza kirajzolható.

Ennek alapján egy az A-ból induló félegyenest addig hosszabbítunk, hogy B-hez legközelebbi pontjának egy környezete is meg legyen rajzolva (3. ábra). Ekkor csúsztatással párhuzamost húzhatunk vele B-n át. (Szükség esetén a csúsztatást is ismételhetjük, váltakozva H befogói mentén, ferdén jobbra, ill. balra.) Megismételve ezt egy más irányú párhuzamos egyenespárral, kapunk egy AB átlójú $AFBG$ paralelogrammát. Húzzunk továbbá F-en és G-n át az eddigiektől különböző irányú olyan párhuzamosokat, melyek metszik a BG, ill. AF szakaszt K-ban, ill. L-ben, ekkor $FKGL$ ugyancsak paralelogramma. Az irányok alkalmas megválasztásával elérhető, hogy az FG és KL átlók közvetlenül megrajzolhatók, felezik egymást egy N pontban, és ez $AFBG$-nek is középpontja. Így pedig – ismét az AN és NB részekből – megkapjuk az AB egyenesszakaszt.

Gyimesi Ferenc (Győr, Révai M. Gimn., II. o. t.)

Megjegyzés. Mivel tudjuk, hogy az FG átló átmegy az AB szakasz N felezőpontján, *elvileg* egyszerűbb, ha még egy $AF'BG'$ paralelogrammát szerkesztünk, és akkor FG, $F'G'$ metszéspontja N. Ebben az AF, BG egyenesek kétszeri felhasználását jelentené, ha AK-t és a vele párhuzamos BL-et húznók meg. *Gyakorlatilag* viszont az olyan eljárás egyszerűbb, amely minél kevesebbszer használja fel egyenesszakasz meghosszabbítását.

IV. megoldás. A III. megoldásban látottak szerint olyan AC, BC félegyeneseket rajzolunk, hogy az ABC háromszög hegyesszögű legyen, de az ACB szög ne legyen sokkal kisebb derékszögnél (4. ábra).



4. ábra

Csúsztatásokkal, végül H derékszöggel való átbillentésével megrajzolhatjuk háromszögünk A-ból és B-ből induló magasságegyenesét. Ezek M metszéspontja a háromszög magasságpontja, tehát CM a harmadik magasságegyenes. Így pedig az A-n átmenő és CM-re merőleges egyenes a keresett AB (oldal-) egyenes.

Terlaky Edit (Kaposvár, Táncsics M. Gimn., II. o. t.)

Megjegyzés. A felhasználható két vonalzó rövidsége nem tette lehetővé, hogy távol fekvő pontok által meghatározott egyenest közvetlenül megrajzoljunk. Viszont egy már kijelölt egyenest tetszőlegesen meghosszabbíthatunk, és két közel fekvő pontjával adott tetszőleges egyenessel tetszőleges ponton át tudunk párhuzamost húzni, és tetszőleges egyenesre tetszőleges pontból merőlegest bocsátani. Mint láttuk, ezek a lépések már elegendők a távol fekvő pontok állal meghatározott egyenesek kerülő úton való megrajzolásához.