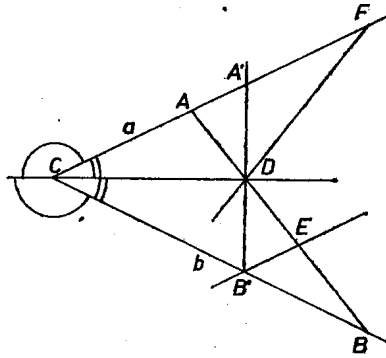


I. megoldás. Legyen a szög csúcsa C , a fölmért a , b szakasz végpontja rendre A , B , a szögfelező metszéspontja az AB egyenessel D , a D -ben CD -re állított merőlegesnek CA -n és CB -n levő pontja A' , ill. B' , végül $CA' = CB' = h^*$.



Elég az $a < b$ esettel foglalkoznunk, hiszen $a = b$ esetén (1)-ből $h = a$, másrészt ekkor A' azonos A -val, az állítás helyessége nyilvánvaló.

$a < b$ esetén B' a CB szakaszon, A' pedig CA meghosszabbításán adódik, mert az ABC háromszögből

$$\sphericalangle DAC = \sphericalangle BAC > \sphericalangle ABC = \sphericalangle DBC,$$

így pedig, $\sphericalangle ACD = \sphericalangle DCB$ és $A'B' \perp CD$ miatt

$$\begin{aligned} \sphericalangle CDA < \sphericalangle CDB, \text{ vagyis} \\ \sphericalangle CDA < \sphericalangle CDA' = 90^\circ = \sphericalangle CDB' < \sphericalangle CDB, \end{aligned}$$

ami állításunkat bizonyítja.

Tükrözzük a CA egyenest a D pontra, ekkor A' képe B' , A képe pedig legyen E . Így $B'E \parallel CA$, és a $BB'E$, BCA hasonló helyzetű háromszögpárból

$$\begin{aligned} B'E : CA = A'A : CA = B'B : CB, \\ (h^* - a) : a = (b - h^*) : b, \text{ végül} \\ h^* = \frac{2ab}{a+b} = h, \end{aligned}$$

vagyis a szerkesztett szakasz egyenlő hosszú a keresett szakasszal. Ezt kellett bizonyítanunk.

(Ha a kiindulási ACB szöget konkávnak tekintjük, akkor felező félegyenesének C -n túli meghosszabbításán kapjuk D -t, mert az AB szakasz a kiegészítő konvex szögtartományban halad.)

Kovács Klára (Budapest, Apáczai Csere J. Gyak. Isk., 8. o. t.)

II. megoldás. Tovább is a fenti jelöléseket használjuk. Legyen B -nek CD -re való tükörképe (a CA félegyenesen) F . Ekkor

$$\sphericalangle FDA' = \sphericalangle BDB' = \sphericalangle ADA',$$

tehát DA' felezi az ADF szöget, így a szögfelező osztásarányának tételét a DAF és CAB háromszögekre alkalmazva a fenti aránypár más alakját kapjuk:

$$AA' : A'F = AA' : B'B = AD : DF = AD : DB = CA : CB.$$

Mónus Ferenc (Hódmezővásárhely, Bethlen G. Gimn., I. o. t.)