I. Az, hogy egy szám utolsó k számjegye csupa j (a 10-es számrendszerben), azt jelenti, hogy a szám $N = A\cdot 10^k + j\cdot \overbrace{11\ldots1}^{k}$ alakú, ahol A nem-negatív egész szám. Azt vizsgáljuk tehát, milyen k értékekre állhat fenn

$$2^n = A\cdot 10^k + j\cdot \overbrace{11\ldots1}^{k}$$

alakú egyenlőség.

Ha k legalább 4, akkor $n \geq 10$, mert 2^9 még csak 3-jegyű. Így a bal oldal is, a jobb első tagja is osztható $2^4 = 16$-tal, tehát az utolsó tag is. Mivel a második tényező páratlan, az első pedig kisebb 10-nél, így ez csak $j = 0$-ra következnék be, azonban 2^n nem végződhet 0-ra, mert akkor osztható volna 5-tel.

Hasonló meggondolással $k = 3$-ra j csak 8 lehet, $k = 2$-re pedig 4 vagy 8.

II. Keressük meg 2-nek a 8-ra végződő hatványait, azok közt a 88-ra, majd 888-ra végződő hatványokat. Két hatvány, 2^l és 2^{l+m} akkor egyezik meg utolsó k jegyében, ha különbségük, $2^{l+m} - 2^l = 2^l(2^m - 1)$ k darab 0-ra végződik, azaz osztható $10^k = 2^k\cdot 5^k$-nal. Ez akkor következik be, ha l legalább k, és $2^m - 1$ osztható 5^k-nal. $k = l$-re $m = 4$ a legkisebb ilyen kitevő, vagyis 2 hatványainak utolsó jegye négyesével ismétlődik. Ezért $k = 2$-re is $m = 4m'$ alakú, ennélfogva $2^m - 1 = 2^{4m'} - 1 = (2^4-1)(2^{4(m'-1)} + 2^{4(m'-2)} + \ldots + 2^4 + 1) = (2^4-1)\left[(2^{4(m'-1)}-1) + (2^{4(m'-2)}-1) + \ldots + (2^4-1) + m'\right]$. Itt az első tényező 15, a másodikban is mindegyik különbség osztható 15-tel, ez a tényező tehát akkor osztható 5-tel, s igy a szorzat 25-tel, ha m' osztható 5-tel. Eszerint 2-nek minden 20-adik hatványa végződik ugyanarra a két jegyre (2^2-től kezdve).

Kiindulva $2^3 = 8 = 08$-ból, vizsgáljuk a 8-ra végződő hatványok – tehát minden negyedik – utolsó két jegyét. Ehhez elég az utolsó 2 jeggyel írt szám $2^4 = 16$-szorosának az utolsó két jegyét vizsgálni, hiszen természetes számokszorzatának utolsó két jegye megegyezik a tényezőik utolsó két jegyével írt számok szorzatának utolsó két jegyével. Hasonló érvényes az utolsó 3 jegyre is.

k	3	7	11	15	19
2^kutolsó két jegye	08	28	48	68	88

Tehát $2^{19} = 524\,288$ a legkisebb, 88-ra végződő hatványa 2-nek és innen minden 20-adik hatvány végződik 88-ra. Ezek közt keressük a 888-ra végződőket. Ehhez előbbi megjegyzésünk szerint elegendő a számok 3-jegyű végződésének 2^{20} 3-jegyű végződésével való szorzatában az utolsó 3 jegyet vizsgálni. $2^{20} = \left(2^{10}\right)^2 = 1024^2$, így 2^{20} végződése ugyanaz, mint 24^2 végződése, vagyis 576. Az előbbiekhez hasonlóan

k	19	39
2^kutolsó három jegye	288	888,

tehát 2-nek az a legkisebb hatványa, amelyik három 8-asra végződik, 2^{39} $(= 549\,755\,813\,888)$.

Megjegyzés. Könnyű a fentiekhez hasonlóan belátni, hogy tovább minden 100-adik hatvány végződik 888-ra, tehát $2^{139}, 2^{239}, \ldots$.