I. megoldás. Állapítsuk meg az összeget a 999 999 szám leírása után. Gondolhatjuk, hogy a számokat egy sorszámozógép írta le, amely még az egyjegyű számokat is hatjegyűnek írja elöl mellőzhető zérusjegyekkel – hiszen a 0-ok hozzáadása az összeget nem változtatja meg –, továbbá ugyanezért azt is, hogy a gép a 000 000 számot is leírta.

Így a leírt számok száma 10^6, a jegyeké $6 \cdot 10^6$, és a gép mind a 10-féle jegyet mind a 6-féle helyi értékben (a százezresek, tízezresek, ..., egyesek helyén) ugyanannyiszor ütötte le, vagyis 10^5-szer, tehát az összeg eddig $6 \cdot 10^5(0+1+$ $+2+\ldots+8+9)=27 \cdot 10^6$.

Továbblépve 1 001 999 leírásáig, $2 \cdot 10^3$ db 1-es jegyet írunk a milliós oszlopba és 10^3 db 1-est az ezres oszlopba, továbbá kétszer leírjuk a számokat 000-tól 999-ig (a többi leírt számjegy 0). Az utóbbiak jegyeinek összege a fentihez hasonló meggondolással

$$2 \cdot 3 \cdot 10^2(0+1+\ldots+9)=27 \cdot 10^3,$$

itt tehát $3 \cdot 10^4$ a jegyek összege.

Végül a hátra levő 4 számban az összeg $3+4+5+6=18$, tehát a keresett összeg 27 030 018.

Katona Judit (Budapest, Kaffka M. gimn. I. o. t.)
Ágoston Péter (Budapest, Berzsenyi D. gimn. I. o. t.)

Megjegyzés. A teljes milliós, ill. ezres sorozatban a jegyek összegét úgy is megkaphatjuk, hogy az elölről és hátulról ugyanannyiadik számokat egy-egy párba kapcsoljuk. Pl. a hatjegyűeket így:

000 000 és 999 999, 000 001 és 999 998, ..., 499 999 és 500 000.

Ekkor ugyanis a párok jegyeinek összege mindegyik helyi értékben 9, tehát a jegyek összege minden párban $6 \cdot 9=54$. Másrészt a párok száma fél millió, tehát a leírt 6 millió jegy összege 27 millió.

II. megoldás. A jegyek összegét helyi értékenként állapítjuk meg, ismét eléje írjuk számainknak a 0-t. A leírt 1 002 004 szám 100 200 olyan teljes 10-tagú sorozatot alkot, melyben egymás után 0, 1, 2, ..., 9 áll, így az egyes helyi értékben az összeg:

$$100\,200(0+1+\ldots+9)+(0+1+2+3)=4\,509\,006.$$

Hasonlóan a tízes és a százas helyi értékben mindig 10–10, ill. 100–100 egyenlő jegy áll egymás után, de 1 001 999-ig mindegyik jegy ugyanannyiszor lép fel, így az összeg, miután a sorozatok száma 10 020:

$$\begin{gathered}10\,020 \cdot 10(0+1+\ldots+9)+4 \cdot 0=4\,509\,000, \quad \text{ill.} \\ 1002 \cdot 100(0+1+\ldots+9)+4 \cdot 0=4\,509\,000.\end{gathered}$$

Az ezres, majd a milliós helyi értékben az 1-es jegy többször lép fel, mint a többiek továbbá a 0 is a 10^4-es és 10^5-es helyi értékben, rendre

$$\begin{aligned} 100 \cdot 1000(0+1+\ldots+9)+1000(0+1)+4 \cdot 2 &= 4\,501\,008 \\ 10 \cdot 10\,000(0+1+\ldots+9)+2004 \cdot 0 &= 4\,500\,000 \\ 100\,000(0+1+\ldots+9)+2004 \cdot 0 &= 4\,500\,000 \\ 2004 \cdot 1 &= 2\,004 \end{aligned}$$

Így az oszlopösszegek összege 27 030 018.