A távolságadatokat hektométerekben feltüntetve gondolhatjuk, a tizedesvesszőre csak annyiban kell tekintettel lennünk, hogy a 0-t és az egyjegyű számokat 0-val kiegészítve kétjegyűnek írjuk.

a) A két szám utolsó jegyei különbözők, hiszen egyező jegyek összege páros, s így nem adhatja utolsó jegyül 777 utolsó jegyét. Ekkor feltételünk szerint csak ez a két jegy léphet fel mind a két távolságadatban. Jelöljük ezeket A-val és B-vel. Tízes átvitel sem léphet fel, mert ez csak a $8+9$ vagy $9+8$ összegből adódhatna, de akkor lenne 3-jegyű távolságadat 8 vagy 9 első jeggyel, ami nem lehetséges. Ugyanígy a tízesek jegyénél sem léphet fel átvitel, hiszen itt is csak az A és B jegy állhat és azok nem lehetnek 8 és 9. Így minden helyi értéknél külön 7-et kell adnia a jegyek összegének; és mivel csak az A és B jegy léphet fel, melyek összege 7, így minden helyen az egyik számban A-nak, a másikban B-nek kell állnia.

Ha az egyik szám 2-jegyű, akkor a másik 7-tel kezdődik, de akkor a többi helyen is csak 7 és 0 összegéből adódhat ki a 7, és így a kétjegyű számot is 3-jegyűnek írva továbbra is csak két különböző jegy lép fel.

A feltételnek megfelelő távolságjelző köveken az A jegy a $0, 1, \ldots, 7$ jegyek bármelyike lehet. Ez meghatározza már B-t; a tízesek és a százasok helyén is most már A-nak és B-nek kell állnia, csak a sorrendjük lehet mind a két helyen kétféle. Így $8\cdot 2\cdot 2=32$ kövön szerepel csak kétféle számjegy. (Minden ilyen kövön a kétféle jegy 3–3-szor lép föl, kivéve a 0-t, amely 2-szer, mert a példák szerint az első oszlopban nem írták ki a 0-t.)

b) Legyen a csupa különböző számjegyet tartalmazó kövek távolsága a két végponttól $\overline{ABC}$, ill. $\overline{DEF}$, tehát $ABC+DEF=777$. Közülük azoknak a számát, amelyeknek összeadásában nincs tízes átvitel, a fentihez hasonlóan kaphatjuk. Megjegyezzük, hogy ekkor is, ha egyik távolság kétjegyű szám – pl. az első –, akkor kiírva gondolhatjuk A helyére a 0-t, mert máshol úgysem léphet föl, különben a vele egy oszlopban álló jegy is 7 lenne, és D is.

Mindegyik oszlopban 7 a két jegy összege, és nem léphet föl 8-as és 9-es. Így C értéke 8-féle lehet, és ez meghatározza F-et, és $F\neq C$. B értéke a C és F betöltése után maradt 6-féle jegy bármelyike lehet, és az ebből adódó $E=7-B$ különbözik B, C, F mindegyikétől, hiszen $B+E$ páratlan, másrészt ha pl. E egyenlőnek adódnék C-vel, akkor egyszersmind $B=F$ lenne, amit B megválasztásával kizártunk. Végül hasonlóan A értéke a B és E betöltése után maradt 4-féle számjegy bármelyike lehet, ebből kiadódik D, és az mindegyik eddigi jegytől különböző. Ezek szerint az ilyen kövek száma $8\cdot 6\cdot 4=192$.

Ha van tízes átvitel a kő adataihoz tartozó összeadás egyes helyi értékű oszlopából, akkor a tízes oszlopból nem lehet átvitel, hiszen az első átvitel csak $C+F=8+9$-ból vagy $9+8$-ból adódhat, így pedig $1+B+E$ értéke legföljebb $1+7+6=14$ lehet, holott 7-et írunk le belőle. Ezért csak két összeadástípus jön szóba:

$$\alpha)\quad \begin{aligned} C+F&=17,\\ B+E&=\ \ 6,\\ A+D&=\ \ 7, \end{aligned} \qquad\qquad \beta)\quad \begin{aligned} C+F&=\ \ 7,\\ B+E&=17,\\ A+D&=\ \ 6. \end{aligned}$$

A párokon belüli sorrendtől egyelőre eltekintve a kívánt összegek lehetséges felbontásai a következők:

$$\begin{aligned} 17&=9+8,\\ 7&=7+0=6+1=5+2=4+3,\\ 6&=6+0=5+1=4+2, \end{aligned}$$

vagyis 17-et csak egyféleképpen bonthatjuk fel, és a felhasznált két jegy nem csökkenti a 7 és 6 használható felbontásainak számát. A 0 jegy 7 és 6 felbontásában egyaránt felléphet, és ezek egyike mind az α) mind a β) esetben a százas helyi értékű oszlopba kerül, ahol a 0-t nem írjuk ki, ezért a 0 jegy két számpárban is előfordulhat. Így 7 első felbontásához 6-nak mind a 3 felbontását hozzákapcsolhatjuk, a további kettőhöz csak 1-et, 1-et, az utolsóhoz pedig 2-t. Így a három számjegy-párt $3+1+1+2=7$-féleképpen választhatjuk meg. Tagjaik sorrendje mindegyik oszlopban egymástól függetlenül 2-féleképpen választható, eszerint az α) és β) eset egyaránt $7\cdot 2\cdot 2\cdot 2=56$ megoldást ad.

Így a csupa különböző számjegyet tartalmazó kövek száma $192+56+56=304$. (Közülük $8+8=16$ kövön csak 5 jegy lép föl, a $76{,}8*0{,}9$-esen, a $68{,}7*9{,}0$-son és a belőlük az oszlopokbeli cserékkel adódókon.)

Csíkvári András (Budapest, Berzsenyi D. g. II. o. t.)

Megjegyzés. Teljes értékűnek fogadtuk el a *b)* kérdésre 288-cal $(304-8-8)$ válaszoló dolgozatokat is. Örültünk volna azonban, ha a finomságként adódó további 16 követ még többen észrevették volna.