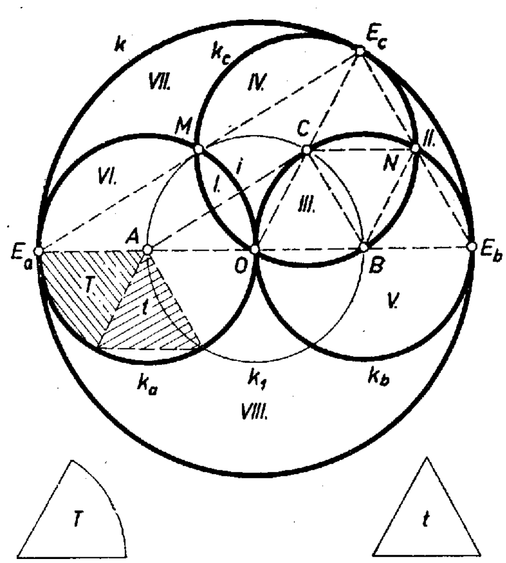
Legyen az adott kör k, középpontja O, sugara 2 egység, a k_a, k_b, k_c beírt kör középpontja rendre A, B, C, a k-val való érintkezési pontjuk rendre E_a, E_b, E_c, és az ABC háromszög csúcsainál levő szög rendre 30°, 60°, 90°.



A beírt körök sugara 1, mert pl. E_a rajta van az OA egyenesen, tehát $OE_a = 2$, a k_a-nak átmérője. Így A, B, C az O körül 1 sugárral írt k_1 körön vannak, ebben AB átmérő, mert C-ből derékszögben látszik, ezért k_a és k_b kívülről érintkezik. Továbbá $BOC\sphericalangle = 2 \cdot BAC\sphericalangle = 60°$, OBC egyenlő oldalú háromszög, k_b átmegy C-n, k_c átmegy B-n. Legyen végül a k_a, k_c körpár O-tól különböző metszéspontja M, a k_b, k_c, páré N. Így $OAMC$ és $OBNC$ rombuszok, hegyesszögük 60°.

Az E_a, E_b, E_c, O, M és N pontok k, k_a és k_b kerületét 3–3, k_c-ét pedig 4 ívre osztják (ti. olyan ívre, amelynek belsejében nincs megjelölt pont), a kis körvonalak a nagy kör területét az ábra szerinti I–VIII. részekre darabolják fel. Minden ív egész számszorosa a k_a és k_c egymással egyenlő $OM = i = \pi/3$ ívének: $E_bN = E_cN = i$, $E_bE_c = E_aM = E_cM = OBN = OCN = 2i$, $OE_a = OE_b = 3i$, $E_aE_c = 4i$, $E_bE_a = 6i$,így az I. rész kerülete $2i$, a II–III. részeké $4i$, a IV–VI. részeké $6i$, a VII.-é $8i$ és a VIII.-é $12i$. Nagyobb sorszámú rész kerülete nagyobb, vagy ugyanakkora, mint az 1-gyel kisebb sorszámú részé.

Mindegyik rész területét egyszerűen kifejezhetjük a kis körök egy 60°-os körcikke $T = \pi/6(\approx 0{,}5236)$ területével és az egységnyi oldalú szabályos háromszög $t = \sqrt{3}/4(\approx 0{,}4330)$ területével. Így a kis körökből egy 60°-os középponti szögű húrral levágott szelet területe T-t, és az I., VI., III., V., IV. rész területe rendre

$$\begin{aligned}
t_{\mathrm{I}} &= 2(T-t) = \frac{\pi}{3} - \frac{\sqrt{3}}{2} && \approx 0{,}1812,\\
t_{\mathrm{VI}} &= 6T - t_{\mathrm{I}} = 4T + 2t = \frac{2\pi}{3} + \frac{\sqrt{3}}{2} && \approx 2{,}9604,\\
t_{\mathrm{III}} &= 2t + 4(T-t) = 4T - 2t = \frac{2\pi}{3} - \frac{\sqrt{3}}{2} && \approx 1{,}2284,\\
t_{\mathrm{V}} &= 6T - t_{\mathrm{III}} = 2T + 2t = \frac{\pi}{3} + \frac{\sqrt{3}}{2} && \approx 1{,}9132,\\
t_{\mathrm{IV}} &= 6T - (t_{\mathrm{I}} + t_{\mathrm{III}}) = 4t = \sqrt{3} && \approx 1{,}7321,
\end{aligned}$$

k egy 60°-os körcikkének területe $4T$, a 2 egységnyi oldalú szabályos háromszög területe $4t$. Az E_bE_c húr átmegy N-en, ezért II. területe a k_b-ből az E_bN és k_c-ből az NE_c húrral lemetszett szeletek területének összegével kevesebb, mint a k-ból E_bE_c-vel lemetszett szeleté:

$$t_{\mathrm{II}} = 4T - 4t - 2(T-t) = 2T - 2t = t_{\mathrm{I}}.$$

A VIII. rész k alsó félkörének ős k_a, k_b alsó félkörei összegének különbsége: $t_{\mathrm{VIII}} = 12T - 2 \cdot 3T = 6T(=\pi)$, végül t_{VII} esetében hasonlóan az OE_aE_c körcikkből k_a és k_c egy–egy félkörét vonjuk ki, egyiküket azonban közös részük, I. területével csökkentve

$$t_{\mathrm{VII}} = 8T - 3T - (3T - t_{\mathrm{I}}) = 4T - 2t = t_{\mathrm{III}}.$$

(Másképpen: E_aE_c átmegy M-en, így k-nak egy 120°-os szeletéből ki kell vonnunk a kis kör két 120°-os szeletét: $t_{\mathrm{VII}} = (8T - 4t) - 2(2T - t) = 4T - 2t$, mert pl. az AE_aM háromszög területe feleakkora, mint az $OAMC$ rombuszé, vagyis akkora, mint az OAM háromszögé.)

Így a részek a területek növekvő rendjében:

I. és II., III. és VII., IV., V., VI., VIII.

A kerületek szerinti sorrendhez képest csak VII. helyzete változott meg.

Eredményeink szerint a feldarabolással előállt, részek között vannak egyenlő kerületűek is, egyenlő területűek is, de nincs olyan idom–pár, amelynek kerülete is, területe is egyenlő volna.

Bencze Júlia (Budapest, Ságvári E. gyak. g. II. o. t.)
Sólyom Mihály (Eger, Alpári Gy. közg. szakközépisk. II. o. t.)