Legyen N olyan szám, amelynek megvan a feltevés szerinti tulajdonsága, osztói növekedő sorrendben d_1, d_2, $\ldots$ d_r ahol r az osztók száma.
Ekkor

$$d_1 + d_2 + \ldots + d_r = 2N, \tag{1}$$

és a feladat állítása, szerint

$$s = \frac{1}{d_1} + \frac{1}{d_2} + \ldots + \frac{1}{d_r} = 2. \tag{2}$$

Szokás szerint csak a pozitív osztókra gondolunk, különben, negatív párjukat is mindig figyelembe véve az összeg bármely természetes szám esetében 0 lenne; eszerint $d_1 = 1$, $d_r = N$.

Szorozzuk s-et N-nel:

$$Ns = \frac{N}{d_1} + \frac{N}{d_2} + \ldots + \frac{N}{d_r}\,. \tag{3}$$

Megmutatjuk, hogy e kifejezés tagjai fordított sorrendben egyenlők (1) bal oldalának tagjaival. Ebből már következik az állítás, hiszen így $Ns = 2N$, tehát $s = 2$.

Valóban, minden tag kisebb az előtte állónál, mert N-et egymás után nagyobb és nagyobb pozitív számmal osztjuk. Továbbá minden egyes $N/d_i = q_i$ tag – ahol $i = 1,\ 2,\ \ldots, r$ – természetes szám, hiszen d_i osztója N-nek, és a tag maga is osztója N-nek, hiszen $N/q_i = d_i$, egész szám. Ezek szerint $q_i = d_{r+i-1}$. Végül (3) tagjainak száma ugyanannyi, mint (1) bal oldaláé, így más tag nem léphet fel. Ezzel állításunkat bebizonyítottuk, ebből a feladat állítása az előrebocsátott módon következik.

A szóban forgó tulajdonsága megvan pl: a 6-nak és a 28-nak. Ezekre

$$1 + 2 + 3 + 6 = 12 = 2 \cdot 6, \qquad 1 + 2 + 4 + 7 + 14 + 28 = 56 = 2 \cdot 28,$$

és

$$\frac{1}{1} + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{6} = 2, \qquad \frac{1}{1} + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{7} + \frac{1}{14} + \frac{1}{28} = 2.$$

Megjegyzés. A feltevésben és az állításban szereplő 2-es számnak nem volt lényeges szerepe a bizonyításban. Hasonlóan látható be, hogy ha

$$d_1 + d_2 + \ldots + d_r = \lambda \cdot N, \qquad \text{akkor} \qquad \frac{1}{d_1} + \frac{1}{d_2} + \ldots + \frac{1}{d_r} = \lambda,$$

– és ilyen λ racionális szám minden N esetében van –, természetesen $\lambda > 1$, hiszen még a p törzsszámokra is $1 + p > p$, az egyetlen osztóval bíró $N = 1$ számra viszont érdektelen az állítás. Érdekesebbnek tartjuk, ha λ egész szám, pl. $N = 120$ esetében $\lambda = 3$.