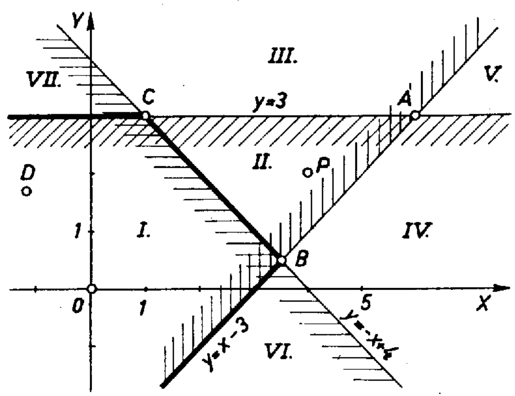
I. Rendezzük az I. rendszer (2) és (3) egyenlőtlenségét is (1)-hez hasonlóan, vagyis úgy, hogy egyik oldalukon csak y álljon:

$$(2') \qquad y > x - 3,$$
$$(3') \qquad y < 4 - x.$$

(1)-nek eleget tesznek az $y = 3$ ordinátájú pontokból álló egyenes alatt fekvő pontok koordinátái, tekintet nélkül abszcisszájukra. Más szóval azok a pontok felelnek meg (1)-nek, amelyek az $y = 3$ egyenessel kettévágott síknak azon a felén vannak, mint az origó. Az egyenes pontjai nem tartoznak hozzá a félsíkhoz. Hasonlóan $(2')$ az $x - 3$ függvény grafikonja fölötti, $(3')$ pedig a $4 - x$ függvény grafikonja alatti pontok koordinátáira teljesül, más szóval az $y = x - 3$, ill. $y = 4 - x$ egyenessel kettévágott síknak az origót tartalmazó félsíkján levő pontokra (az ábrán a csíkozott határú félsíkok), e határvonalak pontjait nem számítva hozzá a félsíkhoz.



Ezek szerint az I. rendszert kielégítő pontok a síknak abban a részében vannak, amely mindhárom félsíkhoz hozzátartozik. Ezt az ábrán vastag vonallal határoltuk, de magának a határvonalnak a pontjai nem felelnek meg, koordinátáikra vagy (1)-ben, vagy (2)-ben, vagy (3)-ban egyenlőség teljesül.

Így is mondhatjuk: (1)–(3)-ban mindenütt egyenlőséget véve, a koordináta–rendszerben 3 egyenest kapunk, ezek a síkot 7 részre osztják és az ABC háromszöget határozzák meg. Annak a végtelen síkrésznek a belső pontjai felelnek meg, amelybe a háromszögből a BC oldalszakasz átlépésével jutunk (az ábra I. síkrésze). Pl. az origó, a $D(-1{,}15,\ 1{,}7)$ pont koordinátáira teljesül **I.**

II. Vegyük észre, hogy a II. egyenlőtlenség–rendszerben a szorzatok két–két tényezője mindig kettő–kettő azok közül a kifejezések közül, amelyek az I. rendszer egyenlőtlenségei 0-ra redukált alakjának másik oldalán állnak:

$$(1') \qquad y - 3 < 0,$$
$$(2'') \qquad x - y - 3 < 0,$$
$$(3'') \qquad x + y - 4 < 0.$$

Mármost (4) azoknak a pontoknak a koordinátáira teljesül, amelyekre a bal oldali két tényező egyike sem negatív, valamint, amelyekre egyik tényező sem pozitív:

$$(4') \qquad \begin{cases} y - 3 \geqq 0, \\ x - y - 3 \geqq 0; \end{cases}$$

ill.

$$(4'') \qquad \begin{cases} y - 3 \leqq 0, \\ x - y - 3 \leqq 0. \end{cases}$$

A fentiekhez hasonló meggondolás adja, hogy $(4')$ első egyenlőtlenségének az ábra VII., III. és V. síkrészeiben fekvő pontok koordinátái tesznek eleget – és csak ezek –, a másodiknak pedig a VI., IV. és V. részében fekvőkéi. Eszerint a $(4')$ rendszernek csak az V. rész pontjai tesznek eleget, a határoló félegyeneseket és az A pontot is beleértve. $(4'')$-nek pedig az I. és II. síkrészek (az V. síkrész csúcsszög–tartományának) pontjai tesznek eleget, vagyis (4)-nek az I., II. és V. síkrészek pontjai.

Hasonlóan bontható (5) és (6) is két–két egyenlőtlenségből álló rendszerre, de mindkettőben a két tényező ellentétes jelű (hacsaknem 0):

$$(5')\qquad \begin{cases} \quad\;\; y-3 \geqq 0, \\ x+y-4 \leqq 0; \end{cases}$$

$$(5'')\qquad \begin{cases} \quad\;\; y-3 \geqq 0, \\ x+y-4 \leqq 0; \end{cases}$$

$$(6')\qquad \begin{cases} x-y-3 \geqq 0, \\ x+y-4 \leqq 0; \end{cases}$$

$$(6'')\qquad \begin{cases} x-y-3 \geqq 0, \\ x+y-4 \leqq 0; \end{cases}$$

és ezeknek rendre a következő síkrészek felelnek meg:
$(5')$-nek VII., $(5'')$-nek II. és IV., tehát (5)-nek II., IV. és VII; $(6')$-nek VI:, $(6'')$-nek II. és III., tehát (6)-nak II., III. és VI.

Mindezek szerint a II. rendszer (4)–(6) egyenlőtlenségei mindegyikét egyedül a II. síkrész, az ABC háromszög belső pontjainak koordinátái elégítik ki, hozzáértve a háromszög kerületét és csúcspontjait is. Pl. a P (4; 2) pontra $(-1)\cdot(-1) \geqq 0$, $(-1)\cdot 2 \leqq 0$, $(-1)\cdot 2 \leqq 0$.

A két eredményt egybevetve: nincs olyan pont, amelynek koordinátái az I. és II. egyenlőtlenség–rendszerek mindegyikét kielégítenék.

Bulkai Tamás (Győr, Czuczor G. Bencés g. III. o. t.)