

I. Több észrevételt is mondhatunk, ami világossá teszi az eredeti állítás helytelen voltát:

1. A bal oldal p -ben 36-odfokú, a jobb oldal 68-odfokú, márpedig a tetszés szerinti számokkal fennálló egyenlőség azonosság, és két különböző fokszámú polinom nem lehet azonos.

2. $p = 0$ esetén a bal oldal értéke q^{36} , a jobb oldalé 0, ezek csak $q = 0$ esetén egyenlők.

3. Egész p, q értékpárokra szorítkozva és q -t páratlannak, p -t bármilyen egésznek választva a két oldal párosságra nézve különböző: páros p esetén A és D páratlanok, B, C, E párosak, így a bal oldal páratlan, a jobb oldal páros; páratlan p esetén pedig csak B páros, így a bal oldal páros, a jobb oldal páratlan. (Tehát a bal oldal mindig ellentétes párosságú, a jobb oldal pedig mindig megegyező párosságú p -vel.)

II. Megmutatjuk, hogy $A^4 + B^4 + C^4 = D^4 + E^4$ azonosság.

$p = 0$ esetén állításunk nyilvánvaló, hiszen $B = C = E = 0$, és $A = D$.

$p \neq 0$ esetén az azonosságot $A^4 - D^4 = E^4 - B^4 - C^4$ alakban bizonyítjuk. Mivel $A + D = Bq/p$, $A, D = Bq/2p \pm 12p^4q^5$, és $E = B + C$, azért a bal oldal

$$\begin{aligned}(A - D)(A + D)(A^2 + D^2) &= 24p^4q^5 \cdot \frac{Bq}{p} \cdot 2 \left(\frac{B^2q^2}{4p^2} + 144p^8q^{10} \right) = \\ &= 6Bpq^8(2B^2 + 8 \cdot 144p^{10}q^8),\end{aligned}$$

a jobb oldal pedig

$$2BC(2B^2 + 3BC + 2C^2) = 6Bpq^8 [2B^2 + C(3B + 2C)] = 6Bpq^8(2B^2 + 3pq^8 \cdot 3 \cdot 128p^9),$$

és ez megegyezik a bal oldalra kapott kifejezéssel, mert $8 \cdot 144 = 9 \cdot 128$.

Pl. $p = q = 1$ esetén $75^4 + 126^4 + 3^4 = 51^4 + 129^4 = 283\,688\,082$.

Győry Ferenc (Debrecen, Fazekas M. g. I. o. t.)

Soós Miklós (Budapest, Fazekas M. gyak. g. II. o. t.)