Csak arra vagyunk tekintettel, milyen összeadandókból állítjuk elő a 40-et, az összeadandók sorrendjére nem, így növekvő sorrendben fogjuk felsorolni a tagokat. Az előállításokat a tagok száma szerint csoportosítjuk.

Mivel a 40 páros szám, az összeadandók száma páros lesz és legfeljebb 6, mert 8 különböző pozitív páratlan szám összege már nem kisebb, mint $1+3+5+7+9+11+13+15=64$.

a) Mivel a tagok különbözők, a kéttagú előállítások első tagja nem érheti el a 40 felét, vagyis legfeljebb 19 lehet. 19-ig annyi páratlan szám van, mint 20-ig páros, ezek száma pedig $20:2=10$, ennyi az ilyen előállítások száma.

b) Négytagú előállításokat keresve az első két tagot minden lehetőség szerint megválasztjuk, így – mint majd látjuk – kérdésünk visszavezethető az *a)* esetre. Legyen először az első két tag $1+3=4$. Ekkor a további kettő összege $x+y=36$, de mindegyikük nagyobb 3-nál, és így a rá következő páros számnál, 4-nél is, ezért $x-4$ és $y-4$ ismét pozitív páratlan számok, és $(x-4)+(y-4)=40-3\cdot4=28$. Ezért a fenti meggondoláshoz hasonlóan $\frac{28}{2}:2=7$ előállítást kapunk. Pl. az első, $x-4=1$ esetén $y-4=27$, és így $40=1+3+x+y=1+3+5+31$; az utolsó pedig az $x-4=13$, $y-4=15$ párból: $1+3+17+19$.

5-öt véve 2. tagként a 3 helyett, hasonlóan $x, y>5+1=6$; $(x-6)+(y-6)=40-3\cdot6=22$. Itt az első összeadandó legfeljebb $22:2-1=10$ lehet, odáig a páratlan számok száma, a szám egész részének szokásos jelölésével

$$\left[\frac{\left(\frac{22}{2}-1\right)+1}{2}\right]=\left[\frac{22}{4}\right]=5.$$

Ugyanígy kapjuk az $1+7$-tel, $1+9$-cel, $1+11$-gyel kezdődő felbontások számát:

$$\left[\frac{40-3\cdot8}{4}\right]=\left[\frac{16}{4}\right],\quad\left[\frac{10}{4}\right],\quad\left[\frac{4}{4}\right].$$

Célszerű eredményeinket táblázatban gyűjteni, az eddigiek alkotják a táblázat első sorát. $1+13$-mal már nem kezdődhet felbontás, mert $1+13+15+17>40$.

Első tagként 3-at véve eddigi meggondolásunkat az alábbiak szerint ismételjük: minden tag nagyobb 2-nél, így elég a tagok 2-n felüli részét keresnünk – ami ismét páratlan –, ezek összege $40-4\cdot2=32$. A 40-es szám $3+5$-tel, $3+7$-tel, $3+9$-cel kezdődő felbontásainak száma rendre annyi, mint ahány felbontása kezdődik 32-nek $1+3$-mal, $1+5$-tel, $1+7$-tel, vagyis rendre $\left[\frac{32-3\cdot4}{4}\right]==\left[\frac{20}{4}\right]$, $\left[\frac{14}{4}\right]$, $\left[\frac{8}{4}\right]$ (táblázatunk 2. sora).

Első tagként 5-öt,majd 7-et véve az iménti 32 helyére $40-4\cdot4=24$, majd 16 lép, és a táblázat 3., majd 4. sorába rendre a $\left[\frac{24-12}{4}\right]$, $\left[\frac{24-18}{4}\right]$, ill. $\left[\frac{16-12}{4}\right]$ szám jut. Ezzel befejeztük a négytagú előállítások megszámlálását, hiszen első tagként 9-cel próbálkozva már legalább 48-at kapnánk összegül.

második tag

		3	5	7	9	11
el-	1	7	5	4	2	1
ső	3	×	5	3	2	–
tag	5	×	×	3	1	–
	7	×	×	×	1	–

c) A hattagú felbontások számbavételét az első 4 tag megválasztásával kezdjük. $1+3+5+7$-tel kezdve az utolsó két tagra $x+y=24$ és $x, y>8$, így $(x-8)+(y-8)=8$. Ilyen felbontás a fentiek mintájára 2 van: az $1+7$-ből és $3+5$-ből adódó $x+y=9+15$ és $11+13$. Másképpen nem is választható az első négy tag, ugyanis már $1+3+5+9+11+13>40$.

Mindezek szerint a kívánt előállítások száma $10+34+2=46$.

Újj Piroska (Nagybátony-Bányaváros, g. II. o. t.)
Gajdács Ibolya (Budapest, Berzsenyi D. g. I. o. t.)