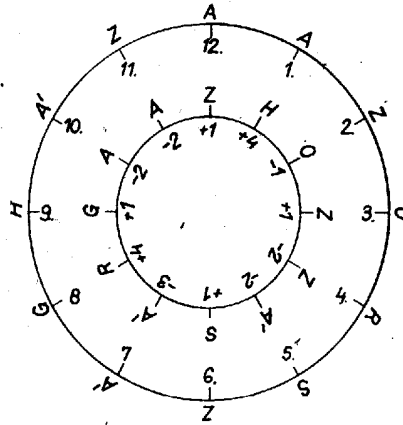


I. Feladataink csak abban térnek el a 965. gyakorlatban <sup>1</sup> végzett átrendezésektől, hogy szövegeinket (egy sor helyett) kör kerületére írjuk. Így a szöveg első és utolsó betűje szomszédos, tulajdonképpen nincs kijelölt kezdőpont, továbbá egy betű egy másik helyre két irányban vihető át, végül a két szöveg a kör kerületére megegyező vagy ellentétes irányban írható fel (más szóval aszerint, hogy a betűk felső része a kör kerülete vagy középpontja felé van fordítva). Szövegeink 12-betűsek, így az átrendezett szöveg az eredetihez képest, a kezdő betű és az irány figyelembevételével, 24 különböző helyzetben állhat. Minden ilyen helyzetben – a 965. gyakorlat I. megoldásának eljárását kissé módosítva – megállapíthatjuk a szükséges cserék számát, végül kiválaszthatjuk azt a helyzetet, amely a legkevesebb (szomszédos) cserét igényli (vagy azokat a helyzeteket).



1. ábra

Írjuk egy szabályos 12-szög egymás utáni csúcsaihoz az *AZ ORSZÁG HÁZA* szöveg betűit, a betűk felső részét kifelé állítva, továbbá egy valamivel kisebb oldalú szabályos 12-szög-lemez csúcsaihoz a *SÁRGA AZ HOZZÁ* szöveg betűit ugyanolyan állásban (ugyanazon menetirányban). Helyezzük a lemezt a nagyobb sokszögre úgy, hogy középpontjuk egybeessen, és a belső szöveg 1. betűje (nevezzük ezt indexnek) a külső szöveg 6. betűjével (az *ORSZÁG Z*-jével) álljon együtt. Ezen a helyzeten mutatjuk meg a szükséges cserék számának megállapítását, mert – mint a további 23 helyzet hasonló vizsgálata mutatja – minden más helyzetben több csere szükséges, mint itt.

A belső betűket fogjuk cserélni, hogy a külső szöveget kapjuk. (Egyébként nyilvánvaló, hogy a fordított feladat ugyanannyi cserét igényel, vagyis – ha ügyesen dolgoznak – mind a két versenyző ugyanannyi cserével oldja meg a maga feladatát.) A csak egyszer szereplő *G, H, O, R, S* betűk új helyzete egyértelmű. Pl. a belső *G*-t 1 betűvel kell elfordítanunk a pozitív forgási irányban, ezt jelzi röviden a melléje írt +1, hasonlóan írtuk a belső *H, O, R, S* mellé a +4, -1, +4, +1 számot. Nyilvánvaló az is, hogy a mindkét szövegben egymás mellett álló *A, A* betűk belső példányaihoz -2, -2 írandó. Nem célszerű a 7. helyen álló *Á* betűt a helyén hagyni, mert így a másik *Á*-t vagy +7 elfordítás vinné a 10. helyre, vagy -5, az utóbbi esetben átlépné és 1-gyel visszavetné a 7. helyen állót, tehát a két *Á* helyre juttatása 6 cserét igényelne. Ezért azt tervezzük, hogy a 7. helyen álló *Á*-t -3-mal visszük a 10. helyre és az 5. helyen állót -2-vel a 7. helyre, ez csak 5 csere. Végül a három *Z*-betű mozgatásának megtervezésében az ígér legkevesebb cserét, ha a 3. helyen állót a 2.-ra visszük, a 4. helyen állót a 6.-ra és a 12. helyen állót a 11.-re (+1, ill. -2, ill. +1).

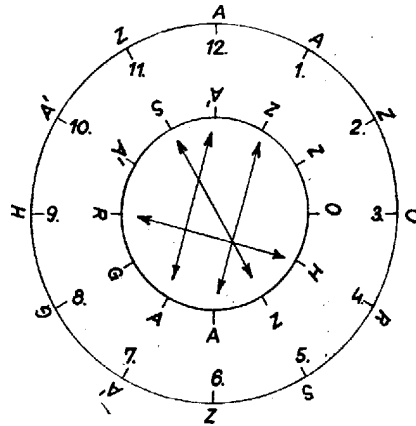
Tervünk mindegyik elemében csak egyféle betűt tekintettünk. Egy csere viszont két betűt mozdit el egymással ellentétes irányban, ezért a különböző igények összeegyeztetésére lehet szükség. Esetünkben a beírt pozitív, negatív számok összege -12, ill. -12, így nincs szükség változtatásra, mert így az igények várhatóan kiegyenlítik egymást. Pl. a 2. és 3. helyen álló *O, Z* cseréje az elfordítások szükséges számát -1, +1-ről 0, 0-ra változtatja. (Más helyzetben viszont szükség lehet arra, hogy pl. +5 helyett -7-et írjunk, így érjük csak el a mostani helyzetet; egy 6-os elfordításhoz pedig eredetileg nem is írhatunk előjelet.)

A cserék végrehajtásában elsősorban olyan szomszédokat cserélünk, amelyek elfordítási igényét ellentett jelű számok fejezik ki, és éppen egymás felé kell mozdulniuk, mint a fenti *OZ* példájában. Eszerint 12-nél kevesebb cserével semmi esetre sem érünk célt. Természetesen nem cserélünk fel két szomszédos és egyenlő jelű igényszámmal bíró számot, ha a kívánt közös menetirányukban elől a nagyobb abszolút értékű szám áll (pl. a 8. és a 9. helyen). Ennek a fordított esetében viszont szükséges a csere – ezt neveztük a 965. gyakorlatban előzésnek –, és ekkor a megelőzött betű igénye abszolút értékben 1-gyel nő. Ilyen a 12. és 1. helyen álló *Z, H* betűpár esete, és előre látható, hogy ilyenné válik *R* és *S* kölcsönös helyzete az *R, Á* csere után. Több előzés nem lesz, a szükséges cserék száma legalább 14.

Tovább emelkedhetne a szükséges cserék száma a helyükön maradó (0-igényű) betűk miatt is, ha egy másik betűt kell átvinnünk a helyükön, s emiatt ki kell mozdulniuk, az ellenkező irányban. Ábránk indulási állásában nincs ilyen helyzet, de ilyen alakulna, ha a 10., 11., 12. és 1. helyek négy betűje közti cseréket a 11. és 12. helyen álló *A, Z*-vel kezdenők, mert *Z*-n a két *A* kívánna átlépni. Azonban a *Z, H* előzéssel kezdve a cseréket, *Z* további cseréi mindkét betűre előnyösek. – Ugyanez a helyzet az *R, Á* csere után a 4-7. helyeken. Példánk valóban 14 cserével átrendezhető.

<sup>1</sup> Lásd a megoldást K. M. L. 33 (1966. nov.) 135. o.

Hasonlóan kapjuk, hogy minden más kiinduló állásból legalább 15 cserre szükséges. 15 cserére vezető induló helyzet az, ha a belső szöveg betűinek felső része befelé áll – a szöveg az órajárással szemben olvasandó – és az index a külső szöveg 7. helyén áll. – Megjegyezzük azonban, hogy a tervezés és csereszámolás célszerűbben végezhető egymás utáni egyenes sorokban, az indexállást 1-gyel –1-gyel változtatva; így ugyanis az egyértelműen adódó betűk csereigénye mindenesetre gépiesen beírható, esetleg még a többszörös betűké is.



2. ábra

**II.** A második cseremód vizsgálati módszerét is a legkevesebb cserét igénylő helyzet esetében mutatjuk be. Írjuk a „SÁRGA...” szöveg betűit fejjel befelé, a 11. helyen álló indextől kezdve. Ekkor a 2., 3., 8. és 10. helyen már a kívánt betű áll (legfeljebb belülről kifelé fordítandó a betű, ezt nem tekintjük cserének). A további 8 betű pedig 4 olyan párba rendezhető, hogy mindegyik pár tagjai egymás helyén éppen célban vannak; ezek az 1. és 6. helyen álló Z, A, a 4. és 9. helyen álló H, R, az 5. és 11. helyen álló Z, S, végül a 7. és 12. helyen álló A, Á pár. Ebből az állásból 4 cserre elég az átrendezéshez. Minden más helyzetből legalább 5 cserre szükséges. Pl. a 8. helyre téve az indexet és a külsővel azonos állásban írva a belső szöveget, A, A, Á, Z, Z már a helyén van, a többi betűk azonban egy 3- és egy 4-tagú ciklust alkotnak: (S, Z, G) és (O, H, Á, R), így a szükséges cserék száma  $(3 - 1) + (4 - 1) = 5$ .

Goda Béla (Győr, Czuczor G. Bencés g., II. o. t.)

Kardos János (Budapest, Kölcsey F. g. II. o. t.)

Soós Miklós (Budapest, Fazekas M. gyak. g. II. o. t.)

*Megjegyzés.* Számos versenyzőt tévesztett meg a II. cseremód esetében az utoljára mondott példa; úgyszintén az I. cseremód esetében is ebből a helyzetből indultak és 18-at vélték minimális csereszámnak.