

a) $572 = 2^2 \cdot 11 \cdot 13$, osztója csak olyan egész szám lehet, melynek ugyanilyen előállításában a 2-n, 11-en és 13-on kívül más törzsszám nem lép fel, és ezek is rendre legfeljebb 2-szer, 1-szer, ill. 1-szer. Eszerint a 2-es törzsszámnak az osztóba való felvétele tekintetében 3-féleképpen választhatunk: 2-szer, ill. 1-szer vesszük fel, ill. egyáltalán nem, azaz 0-szor vesszük fel. Más szóval: 2 kitevőjének 2-t, 1-et, ill. 0-t vesszük. Hasonlóan 11 és 13 kitevője egyaránt 1 vagy 0 lehet. A 2, 11 és 13 kitevőjét egymástól függetlenül választhatjuk meg, ezért a lehetőségek összes száma $3 \cdot 2 \cdot 2 = 12$, vagyis az eredeti kitevőknél 1-gyel nagyobb számokból képezett szorzat. Ha egyik törzsszámunkat sem vesszük fel az osztóba, akkor 1-et kapunk, ha mindegyiket a legnagyobb kitevővel, akkor magát az 572-t. Az osztók a következők:

$$\begin{array}{ccc} 1, & 2, & 2^2 = 4, \\ 11, & 2 \cdot 11 = 22, & 2^2 \cdot 11 = 44, \end{array}$$

és ezek 13-szorosai

$$\begin{array}{ccc} 13, & 2 \cdot 13 = 26, & 2^2 \cdot 13 = 52, \\ 11 \cdot 13 = 143, & 2 \cdot 11 \cdot 13 = 286, & 2^2 \cdot 11 \cdot 13 = 572, \end{array}$$

vagy növekvően rendezve:

$$1, 2, 4, 11, 13, 22, 26, 44, 52, 143, 286, 572.$$

b) $572a^3bc = 2^2 \cdot 11 \cdot 13 \cdot a^3 \cdot b \cdot c$. Az I. esetben a, b, c mindegyike különbözik 2-től, 11-től, 13-tól és egymástól, ezért az osztók száma a fenti megfontoláshoz hasonlóan

$$(2+1)(1+1)(1+1)(3+1)(1+1)(1+1) = 192.$$

A II. esetben 31 törzsszám, $32 = 2^5$, $33 = 3 \cdot 11$, így $572a^3bc = 2^7 \cdot 3 \cdot 11^2 \cdot 13 \cdot 31^3$, osztóinak száma:

$$(7+1)(1+1)(2+1)(1+1)(3+1) = 384.$$

Thurnherr Kálmán (Budapest, Radnóti M. gyak. g. I. o. t.)