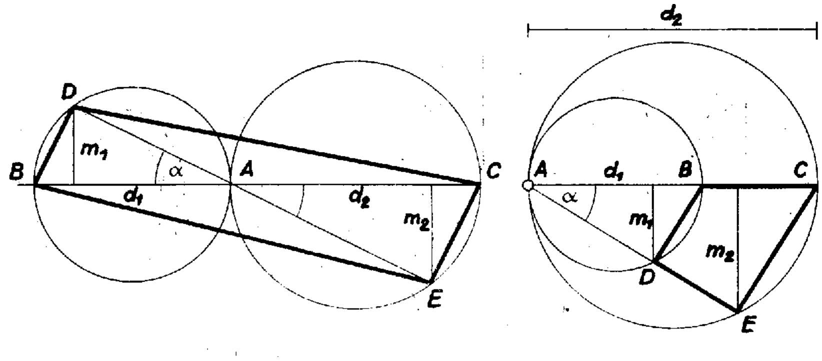
a) A két kör kétféleképpen érintheti egymást. *Külső érintkezés* esetén a körök centrálisán B, A, C a pontok sorrendje, és D, E a centrális két oldalán van, a konvex négyszög egymás utáni csúcsainak körüljárása $BDCE$. Ezt a BC átlóval két háromszögre vágva, ezek közös alapja a körök d_1, d_2 átmérőjének összege, m_1, ill. m_2 magasságuk pedig azonos az ABD, ill. ACE háromszög BC-re merőleges magasságával. E két háromszög hasonló, mert A-nál levő szögük egymás csúcsszöge, és D-nél, ill. E-nél Thalész tétele szerint derékszögük van. Így $m_1 : m_2 = d_1 : d_2$, $m_2 = m_1 d_2/d_1$, és a kérdéses terület

$$t_a = (d_1 + d_2)\left(\frac{m_1}{2} + \frac{m_2}{2}\right) = \frac{m_1}{2} \cdot (d_1 + d_2)\left(1 + \frac{d_2}{d_1}\right) = m_1 \cdot \frac{(d_1 + d_2)^2}{2d_1}.$$

A $BAD = \alpha$ szöget változtatva t_a kifejezésében csak az m_1 tényező változik, így t_a akkor a legnagyobb, amikor D legtávolabb jut BC-től. Ekkor D az első kör AB-re merőleges átmérőjének végpontja, ABD egyenlő szárú derékszögű háromszög, $\alpha = 45^\circ$, $m_1 = d_1/2$, és a terület legnagyobb értéke $t_{a,\max} = (d_1 + d_2)^2/4$.



b) A körök *belső érintkezése* esetén B és C az A pontnak, D és E az AB egyenesnek ugyanazon oldalán van. Az *a)* esetben mondott hasonlóság itt is fennáll, BD és CE párhuzamosak, mert merőlegesek AD-re, és a konvex négyszög körüljárása $BCED$. Területe egyenlő az ACE és ABD háromszögek területének különbségével (a jelölést úgy választottuk, hogy $d_2 > d_1$):

$$t_b = \frac{d_2 m_2}{2} - \frac{d_1 m_1}{2} = \frac{d_2^2 m_1}{2d_1} - \frac{d_1 m_1}{2} = m_1 \cdot \frac{d_2^2 - d_1^2}{2d_1},$$

és ennek legnagyobb értéke az *a)* esethez hasonlóan $\alpha = 45^\circ$, $m_1 = d_1/2$ esetén következik be: $t_{b,\max} = (d_2^2 - d_1^2)/4$.

Schinagl Gábor (Budapest, Képző- és Iparművészeti Gimn., II. o. t.)