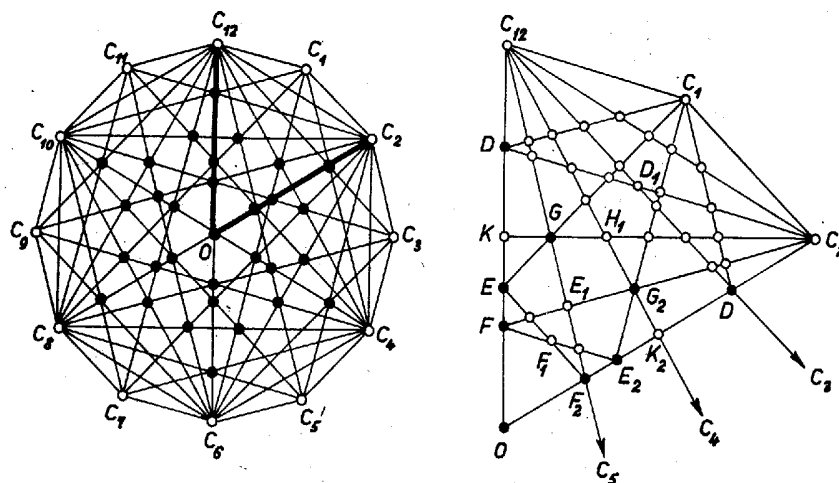


Az ábra 60° -os forgási szimmetriát mutat, az S_{12} tizenkétcsüget O középpontja körül akárhányszor 60° -kal elforgatva minden páros indexű csúcset egy páros indexű csúcset eredeti helyére jut, és minden páratlan indexű csúcset egy páratlan indexűnek eredeti helyére, minden berajzolt átló egy berajzolt átló eredeti helyére. Ezért elegendő megszámlálni a részidomokat és átlómetszésponthoz a $C_{12}C_1C_2O = N$ deltoid belsejében, hozzászámítva N -hez az OC_{12} határszakaszt is, az OC_2 határszakaszt és magát O -t viszont nem. Nyilvánvaló ugyanis, hogy így a részidomok száma S_{12} -ben 6-szor annyi, mint N -ben, a metszésponthoz pedig S_{12} -ben 1-gyel több, mint az N -hez tartozók számának 6-szorosa.



Az ábra D , E , F és O pontjában két-két a $C_{12}C_6$ tengelyre szimmetrikus átló metszi egymást, pl. D -ben C_1C_{10} és $C_{11}C_2$, így közös pontjuk rajta van a tengelyen. Továbbá $C_{12}C_5$ és C_2C_{10} egyaránt S_{12} oldalával egyenlő darabot metszenek le C_1C_8 -ből, mert $C_5C_{12}C_1 \sphericalangle = C_{12}C_1C_8 \sphericalangle = 60^\circ$, ill. $C_8C_1C_2 \sphericalangle = 90^\circ$, $C_1C_2C_{10} \sphericalangle = 45^\circ$, tehát a metszésponthoz C_{12} -vel és C_1 -gyel egyenlő oldalú háromszöget, C_1 -gyel és C_2 -vel egyenlő szárú derékszögű háromszöget határoz meg. Így a D , E , F , O , G pontokban, 5 pontban, 3-3 átló metszi egymást. G_2 a G tükrös párja a (be nem rajzolt) C_1O tengelyre nézve.

Minden további metszésponthoz csak 2 átló megy át. Példaként belátjuk, hogy $C_1E = C_1C_8$ -at $C_{12}C_3$ és C_2C_{11} különböző pontokban metszik. Valóban, az utóbbi két átló egymás tükrös párja C_1O -ra, azaz C_1C_7 -re nézve, tehát azon metszik egymást – a C_1 -től különböző D_1 -ben –, C_1C_7 , viszont különbözik C_1C_8 -tól. Hasonlóan bizonyítható állításunk a további – látszólag közel eső – ponthármásokra. A csak 2 megrajzolt átlóba tartozó metszésponthoz OC_{12} -n 1, OC_1 -en 4, az OC_1C_{12} háromszögben 11, így N -hez tartozik $5 + 1 + 4 + 22 = 32$ metszésponthoz. S_{12} -ben $6 \cdot 32 + 1 = 193$ metszésponthoz van.

Az OC_1 tengely N -nek 6 rész-idomán halad át, az OC_1C_{12} további 19 idomot tartalmaz, így N és S_{12} rész-idomainak száma $6 + 2 \cdot 19 = 44$, ill. $6 \cdot 44 = 264$.

Morvai István (Budapest, Berzsenyi D. g. I. o. t.)

Horváth László (Hódmezővásárhely, Ált. Iskola, 7. o. t.)

Megjegyzés. A csak 2 átlóba tartozó metszésponthoz száma így is adódik: Minden egyes olyan megrajzolt átlón, amely forgatással vagy tükrözéssel átvihető a $C_{12}C_2$, $C_{12}C_3$, $C_{12}C_4$, $C_{12}C_5$, ill. $C_{12}C_6$ átlóra, rendre 4, 12, 13, 18, ill. 16 más átló lép át – pl. az utolsón C_1 , C_3 , C_5 mindegyikéből kiindul 2, C_2 -ből és C_4 -ből 5-5. Az ilyen átlók száma rendre 6, 12, 6, 12, 3, így az átlépések száma $24 + 144 + 78 + 216 + 48 = 510$. Ebben a 3-as metszésponthoz 6-szor, a 2-eseket 2-szer számláltuk, így a 2-esek száma

$$[510 - 6(1 + 6 \cdot 5)]/2 = 162,$$

az összeseké pedig $6(1 + 6 \cdot 5) + 162 = 193$.