a) $1312=2^5\cdot 41=32\cdot 41$. Így az első kifejezés

$$K_1=32^n(32^{2n}-41^n)=32^n(1024^n-41^n).$$

Ez $n=0$-ra 0, és az minden egész számmal osztható, ha pedig n pozitív egész, akkor a második tényező osztható $1024-41=983$-mal, mert két egyenlő kitevőjű hatvány különbsége (pozitív egész kitevők esetén) osztható az alapok különbségével: Az első tényező viszont páros, s így szorzatuk osztható $2\cdot 983=1966$-tal.

b) $1967=7\cdot 281$, ahol 281 prímszám. Megmutatjuk, hogy a K_2 második kifejezés 7-tel is, 281-gyel is osztható, s így, miután ezek relatív prímek, a szorzatukkal is. Mivel $1099=7\cdot 157$ és $843=281\cdot 3$, mindkét esetben elegendő az oszthatóságot egy kéttagú kifejezésre igazolni. Egyrészt

$$K_2'=843^{2n+1}+16^{4n+2}=843^{2n+1}+256^{2n+1},$$

ami osztható $843+256=1099$-cel, mert két egyenlő, páratlan kitevőjű hatvány összege mindig osztható az alapok összegével, így pedig K_2' osztható 7-tel is. Másrészt

$$K_2''=16^{4n+2}-1099^{2n+1}=-(1099^{2n+1}-256^{2n+1}),$$

ez pedig osztható $1099-256=843$-mal, tehát 281-gyel is.

Megjegyezzük, hogy K_2 mindig osztható $1099\cdot 843$-mal is, mert a két tényező különböző prímtényezők szorzata, s így relatív prím egymáshoz; sőt $2\cdot 1099\cdot 843=1\,852\,914$-gyel is, mert K_2 nyilvánvalóan páros és 2 relatív prím az előbbi szorzathoz.

Szász János (Pécs, Nagy Lajos g. I. o. t.)