

A bal oldali négyzeteket kifejtve a két „kétszeres szorzat” összege $mnpq(8-8) = 0$, és a maradó négyzetes tagok összege szorzattá alakítható:

$$\begin{aligned}(2mp + 2nq)^2 + (2mq - 2np)^2 &= 4m^2p^2 + 4n^2q^2 + 4m^2q^2 + 4n^2p^2 = \\ &= 4(m^2 + n^2)(p^2 + q^2).\end{aligned}$$

A jobb oldalon ennek megfelelően célszerű 2-2 tagot összefoglalni:

$$((m^2 + n^2) + (p^2 + q^2))^2 = (m^2 + n^2)^2 + 2(m^2 + n^2)(p^2 + q^2) + (p^2 + q^2)^2.$$

Ennek alapján (1)-ből

$$x^2 = (m^2 + n^2)^2 - 2(m^2 + n^2)(p^2 + q^2) + (p^2 + q^2)^2 = (m^2 + n^2 - p^2 - q^2)^2.$$

Innen x lehetséges értékei

$$x_1 = m^2 + n^2 - p^2 - q^2, \quad x_2 = -x_1 = -m^2 - n^2 + p^2 + q^2.$$

Ezek megoldásai (1)-nek, mivel átalakításaink visszafelé is elvégezhetők.

Marschik Iván (Budapest, Radnóti M. gyak. g. III. o. t.)

Megjegyzés. Az x beírásával adódó azonosság alapján kimondhatjuk, hogy az m, n, p, q paraméterek értékét pozitív egész számnak véve a

$$2mp + 2nq, \quad |2mq - 2np|, \quad |m^2 + n^2 - p^2 - q^2|, \quad m^2 + n^2 + p^2 + q^2$$

képletnégyes (térbeli) pitagoraszi számnégyest állít elő, vagyis ha az első három számot vesszük egy téglatest egy csúcsba összefutó élei mértékszámának, akkor a negyedik szám a testátló mértékszám.