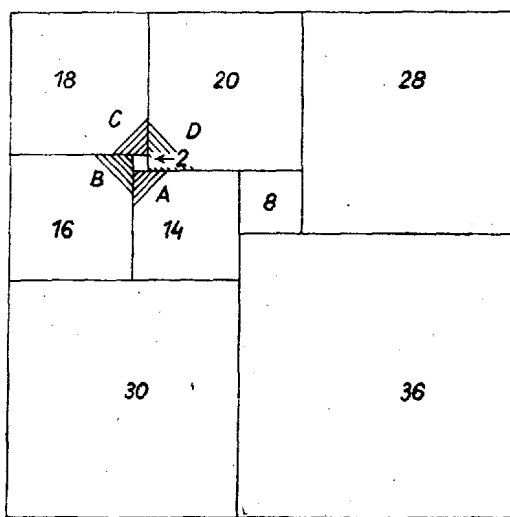


Megpróbáljuk megismételni András összeállítását. Az adott 9 négyzet területének összege 4224 területegység. Ha András állítása igaz, akkor a téglalap kétféle oldala mértékszámának szorzata is 4224, ezért keresnünk kell e szám előállításait két-tényezős szorzat alakban, egész számokból. Mivel azonban legnagyobb négyzetünk oldala 36 – és négyzeteink nem darabolhatók szét, azért a téglalap rövidebb oldalának, 4224 egyik tényezőjének legalább 36-nak kell lennie. Így viszont a hosszabb oldal, a másik tényező, legfeljebb annyi lehet, mint a  $4224 : 36$  osztás egész része, 117.

Können keresetjük 4224 szorzat felbontását prímszámok hatványából képezett szorzatként való előállítása alapján:  $4224 = 2^7 \cdot 3 \cdot 11$ . Eszerint egyik tényező 11 olyan többszöröse, melynek ugyanilyen előállításában nem lép fel más prímszám, mint 2 és 3, és a 3 is legfeljebb az 1. hatványon. Ilyen többszöröse a mondott korlátok között 44, 66 és 88, az előállítások

$$44 \cdot 96, \quad 66 \cdot 64, \quad 88 \cdot 48.$$

Az első és az utolsó előállításból adódó téglalapba a 36 oldalú négyzetet beillesztve a lefedetlen részben marad egy 36 egységnyi hosszú és 8, ill. 12 egységnyi széles sáv (téglalap) – vagy két olyan sáv, melyek szélessége együtt 8, ill. 12 egység –, hiszen a szét darabolás tilalma miatt a négyzetek oldalai csak párhuzamosak lehetnek a téglalap oldalával. Ilyen sávba csak a 2 és 8 egységnyi oldalú négyzetünk fér bele, de együtt sem elegendők a sáv lefedéséhez, tehát e két felbontás nem adhatta András téglalapjának négyzeteit.



A 66 és 64 egységnyi oldalakkal bíró téglalap az ábra szerint kirakható négyzeteinkkel. Így Bélának nincs igaza. Andrásnak akkor van igaza, ha valóban megtalálta az ábránkbeli felbontást, vagy valamely más felbontást.

*Göndöcs Ferenc* (Kapuvár, II. sz. Ált. Isk. 8. o. t.)  
*Fischer Ágnes* (Budapest, Móricz Zs. Gimn., I. o. t.)

*Megjegyzés.* Az ábrabeli elrendezéshez elvezet következő gondolatmenet. A 2 egységnyi – röviden 2-es – négyzet nem csatlakozhat a kitöltendő téglalap határvonalához, különben a csatlakozó oldalával szomszédos oldalához csatlakozó nagyobb négyzetek (vagy a 2-esnek sarokba illesztése esetén egyikük helyett a téglalap oldala) 2 egységnyi szélességű sávot határolnak. Ugyanezért nagyobb négyzet oldalához is csak úgy csatlakozhat a 2-es négyzet, ha egy csúcsuk közös.

Így letéve a 2-es 4 szomszédját (*A*, *B*, *C*, *D*), csak 4 további négyzetünk marad. Ha az eddigi 5 négyzettel lefedett síkrész határvonala sok ki- és beszögellést mutat, alig van remény, hogy téglalapot kapunk. Javulna a kilátás, ha két letett szomszédos négyzetnek a csatlakozásával szomszédos, külső oldala egyenesbe esnék. Ekkor oldalaik különbsége 2. Az adott oldalhosszak szomszédos párhoz között ez 3-szor is fellép: 14, 16, 18, 20 között. Ezeket véve rendre az *A*, *B*, *C*, *D* négyzet oldalának, az 5 négyzet egy  $8 \times 14$  egységnyi beszögellés hűján téglalapot fed le  $18 + 16$  és  $18 + 20$  egységnyi, oldallal. Az összeállítást csak a beszögellésben folytathatjuk, így az eddigi, a mondott téglalap teljes oldalai a keresett téglalap határvonalszakaszai lesznek.

A beszögellést  $8 \times 6$ -osra kisebbíthetjük a 8-as négyzettel, a 34-es oldalt a keresett téglalapnak csak a 64-es oldalára egészíthetjük ki a 30-as négyzettel, és hasonlóan a 38-as oldal csak 66-ra egészíthető ki a 28-assal. Ezek nem hoznak létre új kiszögellést, mert  $30 = 16 + 14$  és  $28 = 20 + 8$ . Végül a  $36 \times 36$ -osra nőtt beszögellést éppen kitölti legnagyobb négyzetünk.