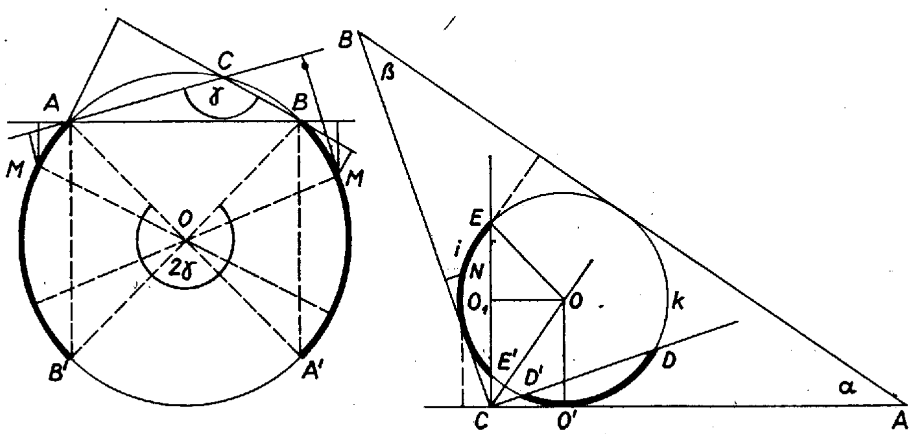
a) Az M-ből AB-re és AC-re bocsátott merőleges talppontja csak akkor esik az oldal A-n túli meghosszabbítására, ha $MAB\sphericalangle$, $MAC\sphericalangle > 90°$ azaz A, C, B az M-ből induló átmérő egy oldalán van (1. ábra). Ha a félkörön ebben a sorrendben helyezkednek el, akkor $ACB\sphericalangle = \gamma > 90°$, és ekkor egyszersmind $MCB\sphericalangle > 90°$, tehát a CB-n levő vetület CB-nek C-n túli meghosszabbításán van. Mindez addig áll, míg M a B-t, C-t nem tartalmazó AB' íven van, ahol B' a B-nek átellenes pontja. Ekkor hasonlóan csak a BA' ív M pontjaiból bocsátott merőlegesek talppontja van BA-nak és BC-nek B-n túli meghosszabbításán, AC-nek C-n túli meghosszabbításán (A' az A átellenes pontja a körben).

A mondott AB', $A'B$ ívek egymás tükörképei a kör O középpontjára, így mindegyik $4/10$ része a kör kerületének, $AOB' = 144°$. Ez a szög másrészt $180°$-kal kisebb, mint az $ACB\sphericalangle$ szárai közti íven nyugvó 2γ középponti szög: $2\gamma - 180° = 144°$, $\gamma = 162°$. Ezt kerestük.



1. és 2. ábra

b) Az oldalakra a csúcsokban merőlegest emelve kell lennie olyan merőlegesnek, melynek az oldallal ellentétes partján van pontja a k beírt körnek. Ez nyilván csak tompaszögű csúcsban emelt merőleges lehet, és az innen emelt merőlegesek mindegyike belemetsz a körbe, éspedig egyenlő íveket metsz le, mert a két merőleges egymás tükörképe a csúcsból induló szögfelezőre, ez viszont k-nak is szimmetriatengelye.

Legyen $ACB\sphericalangle = \gamma > 90°$ (2. ábra), messe a CB-re, CA-ra C-ben emelt merőleges k-t a D, D', ill. E, E' pontpárban, és legyen k középpontjának CA-n és CE-n levő vetülete O', ill. O_1. Ekkor a félkörnél rövidebb DD', EE' ívek egyenlők, és N-et pl. az $EE' = i$ íven véve, a CA egyenesen levő vetülete az oldal C-n túli meghosszabbításán adódik, CB-n levő vetülete viszont C és B között, mert N a $BCE\sphericalangle = \gamma - 90°$ hegyesszög-tartományban van, az AB-n levő vetülete pedig ugyanígy A és B között, hiszen α, $\beta < 90°$.

Adatunk szerint $EOO_1\sphericalangle = 360° \cdot 2/10 = 72°$, így

$$OO_1 = OE\cos 72°, \qquad CO' = OO' \operatorname{ctg} \gamma/2 = \mathrm{OE} \operatorname{cotg} \gamma/2,$$

és $OO_1 = CO'$-ből

$$\operatorname{cotg} \gamma/2 = \cos 72° \approx 0{,}3090, \qquad \gamma/2 \approx 72{,}83°, \qquad \gamma \approx 145{,}7°.$$

A háromszög másik két szögét sem az *a)*, sem a *b)* esetben nem lehet meghatározni az adatokból.

Szűcs András (Budapest, Fazekas M. gyak. g. II. o. t.)