Az egyenlőtlenség teljesüléséhez szükséges, hogy a gyökjelek alatti kifejezések és a bal oldal is pozitív legyen, vagyis az első nevező kisebb legyen a másodiknál, tehát

$$0 < 1 - x < 1 + x$$

legyen. Az első egyenlőtlenségből $x < 1$, a másodikból $x > 0$, így $0 < x < 1$.

(1)-et a két nevező szorzatával szorozva az egyenlőtlenség iránya nem változik, mert csak a pozitív négyzetgyököt tekintjük.

$$\sqrt{1+x} - \sqrt{1-x} \geqq \sqrt{1-x^2}.$$

A kisebb oldal pozitív, ezért az egyenlőtlenség akkor és csak akkor teljesül, ha a négyzetre emeléssel keletkező egyenlőtlenség teljesül:

$$2 - 2\sqrt{1-x^2} \geqq 1 - x^2.$$

Tekintsük ezt a $z = \sqrt{1-x^2} > 0$ számra vonatkozó egyenlőtlenségnek; rendezéssel

$$0 \geqq z^2 + 2z - 2 = (z+1)^2 - 3 = (z + 1 + \sqrt{3})(z + 1 - \sqrt{3}).$$

A jobb oldal első tényezője pozitív, ezért a másodiknak negatívnak kell lennie, vagy 0-val egyenlőnek:

$$z + 1 - \sqrt{3} = \sqrt{1-x^2} + 1 - \sqrt{3} \leqq 0,$$
$$\sqrt{1-x^2} \leqq \sqrt{3} - 1, \quad 1 - x^2 \leqq 4 - 2\sqrt{3}, \quad x^2 \geqq 2\sqrt{3} - 3,$$
$$x \geqq \sqrt{2\sqrt{3} - 3} \quad (= 0{,}6812\ldots).$$

Ezek szerint (1) akkor és csak akkor teljesül, ha $\sqrt{2\sqrt{3}-3} \leqq x < 1$.

Szentmiklósi László (Kiskunhalas, Szilády Á. Gimn., I. o. t.)