

Az első szorzat kisebbik tényezőjét x -szel jelölve a követelmények:

$$(1) \quad x(x + 1) = x^2 + x = 1000A + 100B + 10C + D,$$

$$(2) \quad (x - 3)(x - 2) = x^2 - 5x + 6 = 1000C + 100A + 10B + D,$$

$$(3) \quad (x - 30)(x - 29) = x^2 - 59x + 870 = 1000B + 100C + 10A + D.$$

(1)-ből (2)-t kivonva

$$6(x - 1) = 900A + 90B - 990C = 90(10A + B - 11C),$$

$$x - 1 = 15(10A + B - 11C),$$

$$(4) \quad x = 15m + 1,$$

ahol m egész szám.

Mindhárom szorzatunk négyjegyű szám, az elől álló A , B , C jegyek egyike sem 0. Ezért (1)-ből $x < 100$, hiszen $100 \cdot 101$ már ötjegyű. Másrészt (3)-ból

$$(x - 30)(x - 29) > 1000.$$

Kényelmesebben számolhatunk, ha az első tényezőt is $x - 29$ -re növeljük, mert így a bal oldal nő:

$$(x - 29)^2 > 1000, \quad \text{ezért} \quad x - 29 \geq 32, \quad x \geq 61,$$

mert a legkisebb négyjegyű négyzetszám $1024 = 32^2$.

x kapott alsó korlátja éppen (4) alakú szám. Mégsem lehet $x = 61$, mert így (3)-ban $31 \cdot 32 < 1000$, a végzett növeléssel éppen átléptük a legkisebb négyjegyű számot. Így $61 < x < 100$, és (4)-ben csak az $m = 5$ és $m = 6$ értékek jönnek szóba.

$m = 5$ nem felel meg, mert $x = 76$ esetén $76 \cdot 77 = 5852$ -ben két egyenlő számjegy lép fel.

$m = 6$ megoldást ad:

$$91 \cdot 92 = 8372, \quad 88 \cdot 89 = 7832, \quad 61 \cdot 62 = 3782,$$

mindháromból $A = 8$, $B = 3$, $C = 7$, $D = 2$. Más megoldása nincs a feladatnak.