I. megoldás. Négy számjegy összegeként a sorrendre nem tekintve a táblázatban felsorolt előállítások felelnek meg.

$5=5+0+0+0$	A	$6=6+0+0+0$	A	$7=7+0+0+0$	A
$4+1+0+0$	B	$5+1+0+0$	B	$6+1+0+0$	B
$3+2+0+0$	B	$4+2+0+0$	B	$5+2+0+0$	B
$3+1+1+0$	D	$4+1+1+0$	D	$5+1+1+0$	D
$2+2+1+0$	D	$3+3+0+0$	C	$4+3+0+0$	B
$2+1+1+1$	G	$3+2+1+0$	E	$4+2+1+0$	E
		$3+1+1+1$	G	$4+1+1+1$	G
		$2+2+2+0$	C	$3+3+1+0$	D
		$2+2+1+1$	F	$3+2+2+0$	D
				$3+2+1+1$	H
				$2+2+2+1$	G

Annak megállapításában, hogy az egyes előállítások számjegyeiből a sorrend megválasztásával hány valódi négyjegyű szám képezhető, egyrészt a 0-tól különböző számjegyek számát kell tekintenünk – hiszen első számjegyként a 0 nem léphet föl –, másrészt a jegyek közti egyenlőségeket. Az előállítások közül egyeseket ugyanolyan típusúaknak mondhatunk – ezt mutatják a nagy betűs jelölések –, pl. $3+2+0+0$ és $4+3+0+0$ ugyanolyan típusúak, mert két 0 mellett két más, egymástól különböző számjegyet tartalmaznak. Nyilvánvaló, hogy az ugyanolyan típusú előállításokból ugyanannyi, sorrendre nézve különböző szám képezhető.

Az A típusú előállításokból csak 1–1 négyjegyű szám képezhető, a 0-tól különböző jegy csak az első helyen állhat. A B típusúakban az első helyet 2-féleképpen tölthetjük be – pl. $4+1+0+0$ esetében 4-et, majd 1-et írunk oda –, ezután a maradó 3 jegyből a másikaktól különböző jegy helyét 3-féleképpen választhatjuk meg, végül a két egyenlő jegyet a még üres helyekre írjuk. A példát folytatva a 4-essel kezdődő számok:

$$4\,1\,0\,0; \qquad 4\,0\,1\,0; \qquad 4\,0\,0\,1.$$

Így minden B-típusú előállításból $2\cdot 3=6$ megfelelő számot kapunk. Hasonlóan adódik a C típusra 3 szám, F-re ismét 6 (hiszen az első hely betöltése után maradó számjegykészlet olyan, mint B-ben), G-ből pedig a csak egyszer előforduló számjegy helyének 4-féle megválasztásával 4 szám.

Az E típusú előállításokból az első helyet 3-féleképpen tölthetjük be, a következőt mindegyik kezdésmód esetében ismét 3-féleképpen – most már akár 0-val is –, a harmadikat a maradó két jegyből 2-féleképpen, és evvel már az utolsó helyre jutó jegy is mindig kiadódik. Így $3\cdot 3\cdot 2=18$ különböző sorrendet kapunk. Hasonlóan adódik, hogy ha H-t 1-essel kezdjük, $3\cdot 2=6$ számot kapunk, 2-essel és 3-assal kezdve pedig C mintájára 3-at–3-at, összesen 12-t. Végül D-t az ismétlődő jeggyel kezdve hasonlóan 6 sorrend adódik, a csak egyszer fellépő, 0-tól különböző jeggyel kezdve pedig B mintájára 3, együtt 9.

Összefoglalva, az

$$A, \qquad B, \qquad C, \qquad D, \qquad E, \qquad F, \qquad G, \qquad H$$

típusú előállításokból képezhető 4-jegyű számok számra rendre

$$1, \qquad 6, \qquad 3, \qquad 9, \qquad 18, \qquad 6, \qquad 4, \qquad 12,$$

így pedig a keresett számok száma az 5-ös, 6-os, ill. 7-es számjegyösszeg esetében rendre

$$\begin{aligned} 1+2\cdot 6+2\cdot 9+4 &= 35,\\ 1+2\cdot 6+2\cdot 3+9+18+6+4 &= 56,\\ 1+3\cdot 6+3\cdot 9+18+2\cdot 4+12 &= 84. \end{aligned}$$

Katona Viktor (Heves, Ált. Gimn. II. o. t.)
Blaskó Gábor (Kazincbarcika, Irinyi J. Vegyip. Techn. II. o. t.)

II. megoldás. Egy négyjegyű számot szemléltethetünk úgy, hogy egy egyenes egy pontjából kiindulva egymás után felmérünk az első, majd a második, a harmadik és végül a negyedik jeggyel egyenlő hosszúságú szakaszokat. A 0 jegyek világos feltüntetésére a második, harmadik és negyedik jegy helyett eggyel-eggyel nagyobb hosszúságú szakaszokat mérünk fel. Ilyen módon egy négyjegyű számot, amelyben a jegyek összege n, egy $n+3$ nagyságú szakasz szemléltet, amelyet 3 belső pontja 4 részre oszt. Megfordítva is egyértelműen leolvashatjuk, hogy egy ilyen 4 részre osztott szakasz melyik szám ábrázolásával keletkezett, ha az egyes részek hossza az egységnek 10-szeresnél nem nagyobb egész többszöröse. Esetünkben n értéke 5, 6, ill. 7, így az egyes részek hossza is kisebb 10-nél. A szóba jövő számok száma tehát megegyezik azzal a számmal, ahányféleképpen egy $n+3$ részre osztott szakasz $n+2$ belső osztáspontja közül hármat ki lehet választani.

Egy osztáspontot kijelölhetünk $n+2$-féleképpen, a maradók közül egy másodikat $n+1$-féleképpen, a harmadikat n-féleképpen; így azonban ugyanazt a ponthármast kapjuk, akár a bal oldali, akár a középső, akár a jobb oldali osztáspontot választottuk ki először, és a másik kettő közül is választhattuk bármelyiket másodszorra és a másikat harmadszorra. Így $(n+2)(n+1)\,n$-féleképpen választottunk ki 3 osztáspontot, de eközben minden ponthármast $3\cdot 2$ esetben kaptunk meg, tehát

$$\frac{(n+2)(n+1)\cdot n}{3\cdot 2}$$

különböző módón választhatunk ki 3 belső pontot, és ugyanennyi a keresett 4-jegyű számok száma is, ha $n=5$, 6 vagy 7, azaz

$$\frac{7\cdot 6\cdot 5}{3\cdot 2}=35, \qquad \frac{8\cdot 7\cdot 6}{3\cdot 2}=56, \quad \text{ill.} \quad \frac{9\cdot 8\cdot 7}{3\cdot 2}=84.$$