Az egyenletet négyzetre emelve csak egy gyökös kifejezés adódik, azt a bal oldalon hagyjuk, majd újra négyzetre emelünk:

$$2x-3a+2\sqrt{(x-a)(x-2a)}=x-3a,$$

$$2\sqrt{(x-a)(x-2a)}=-x, \tag{2}$$

$$4(x-a)(x-2a)=x^2, \qquad 3x^2-12ax+8a^2=0.$$

Eszerint (1) megoldása nem lehet más, mint

$$x_1=2a\left(1+\frac{1}{\sqrt{3}}\right) \qquad (\approx a\cdot 3{,}15), \qquad x_2=2a\left(1-\frac{1}{\sqrt{3}}\right) \qquad (\approx a\cdot 0{,}85).$$

Nem ekvivalens átalakításokat hajtottunk végre, ezért meg kell vizsgálnunk, kielégíti-e x_1 és x_2 az (1)-et.

x_1 esetében (1) mindhárom gyökjele alatt a-nak egy pozitív számmal való szorzata áll, ezért a négyzetgyökök csak $a\geqq 0$ esetén valósak. $a>0$ esetén $x_1>0$ adódik, ez azonban (2) miatt lehetetlen, hiszen (2) bal oldala nem lehet negatív. $a=0$ esetén pedig $x_1=0$, és ez kielégíti (1)-et.

x_2 esetén (1) mindhárom gyökjele alatt a-nak egy negatív számmal való szorzata áll, így a négyzetgyökök csak $a\leqq 0$ esetén valósak (és ekkor x_2 is negatív vagy 0). Ebben az esetben x_2 kielégíti (1)-et, ugyanis – mindig a négyzetgyök pozitív értékét véve –

$$\sqrt{x_2-a}=\sqrt{-a\left(-1+\frac{2}{\sqrt{3}}\right)}=\sqrt{-a\cdot\frac{4-2\sqrt{3}}{\sqrt{12}}}=\sqrt{-a}\cdot\frac{\sqrt{3}-1}{\sqrt[4]{12}},$$

$$\sqrt{x_2-2a}=\sqrt{-a\cdot\frac{2}{\sqrt{3}}}=\sqrt{-a\cdot\frac{4}{\sqrt{12}}}=\sqrt{-a}\cdot\frac{2}{\sqrt[4]{12}},$$

$$\sqrt{x_2-3a}=\sqrt{-a\left(1+\frac{2}{\sqrt{3}}\right)}=\sqrt{-a\cdot\frac{4+2\sqrt{3}}{\sqrt{12}}}=\sqrt{-a}\cdot\frac{\sqrt{3}+1}{\sqrt[4]{12}},$$

és az első kettő összege valóban egyenlő a harmadikkal.

A fenti $a=0$, $x_1=0$ esetet ez a kifejezés is megadja (és irracionális egyenlet esetében úgysem beszélünk kétszeres gyökről), ennélfogva (1) megoldása

$$x=2a\left(1-\frac{1}{\sqrt{3}}\right), \qquad \text{ha} \qquad a\leqq 0.$$

Péli Katalin (Makó, József A. g. II. o. t.)

Megjegyzés. Hasonlóan látható be, hogy a fenti x_1 kifejezés $a\geqq 0$ esetén az $\sqrt{x-a}-\sqrt{x-2a}=\sqrt{x-3a}$ egyenlet gyöke.