Ismételten felhasználjuk a következő azonosságot:

$$(a-b)^2+(a+b)^2=2\,(a^2+b^2). \tag{2}$$

Legyen először $3-t^2=a$, $2t=b$. Így az (1) kifejezések négyzetösszege

$$\begin{aligned} S_2 &= 16t^2+2\big[(3-t^2)^2+4t^2\big]=2\,\big[(3-t^2)^2+12t^2\big]= \\ &=2\,\big[9+6t^2+t^4\big]=2\,\big(3+t^2\big)^2, \end{aligned} \tag{3}$$

tehát az első állítás helyes, hiszen ha t egész szám, akkor $3+t^2$ is az.

(1) második és harmadik kifejezésének négyzete így alakul:

$$[(3-t^2)\mp t^2]=(3-t^2)^2+4t^2\mp 4t(3-t^2).$$

Helyettesítsünk most (2)-be $a=(3-t^2)^2+4t^2$-et és $b=4t(3-t^2)$-et, így az (1) kifejezések negyedik hatványainak összege

$$\begin{aligned} S_4 &= 256t^4+2\big[(3-t^2)^4+8t^2(3-t^2)^2+16t^4+16t^2(3-t^2)^2\big]= \\ &=2\big[(3-t^2)^4+24t^2(3-t^2)^2+144t^4\big]=2\big[(3-t^2)^2+12t^2\big]^2, \end{aligned}$$

és (3) felhasználásával

$$S_4=2(3+t^2)^4,$$

ami valóban teljes negyedik hatvány kétszerese, amennyiben t egész szám.

Fiala Tibor (Budapest, Rákóczi F. Gimn., I. o. t.)