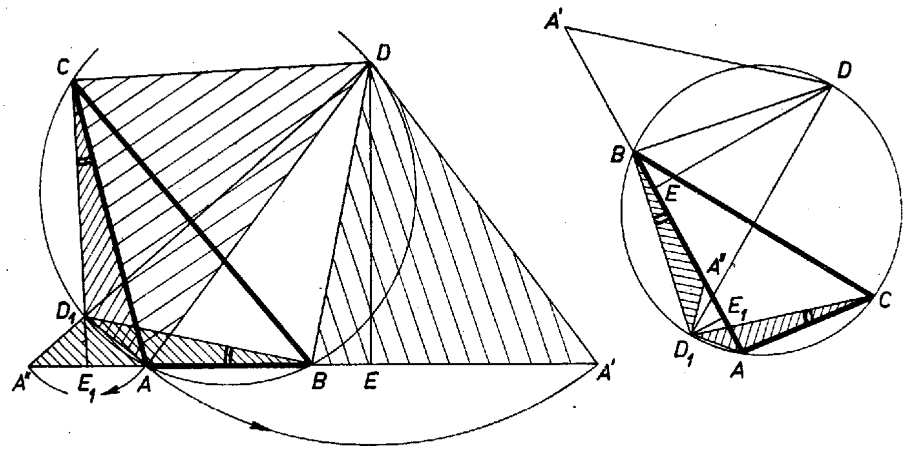
A szögfelezés miatt az A-t nem tartalmazó DB és DC ívek egyenlők, így a DB és DC húrok is. Fordítsuk el a DCA háromszöget D körül addig, míg C a B-be jut, és legyen ekkor A új helyzete A'. Ez a pont AB-nek B-n túli meghosszabbítására esik, mert $DBA'\sphericalangle = DCA\sphericalangle$, és az utóbbi a DBA szöget $180°$-ra egészíti ki, hiszen $ABDC$ húrnégyszög. Így DE a DAA' egyenlő szárú háromszög magassága, E felezi az $AA' = AB + BA' = AB + CA$ alapot, $AE = (AB + AC)/2$. Ez az első bizonyítandó állítás.



Hasonlóan $D_1B = D_1C$, ezért a D_1CA háromszöget D_1 körül elfordítva C átjuthat B-be. Legyen ebben a helyzetben A az A'' pontban, ez a BA félegyenes pontja, mert D_1BA'', D_1CA és D_1BA egyenlő szögek, és első szárukat ugyanolyan irányú forgás viszi át a második szárba, ugyanis D_1 az A-t tartalmazó BC íven van, hiszen $DAD_1\sphericalangle = 90°$, DD_1 a kör átmérője. Így D_1E_1 a D_1AA'' egyenlő szárú háromszög magassága, $AE_1 = AA''/2$, másrészt AA''-t úgy kapjuk, hogy BA és $BA'' = CA$ közül a nagyobbikból kivonjuk a kisebbiket: $AA'' = |AB - AC|$. Ezzel a második állítást is bebizonyítottuk.

D minden esetben az A-tól különböző pont, D_1 viszont egybeeshet vele. Ekkor a külső szögfelező érinti a kört, ezért a belső felező átmegy a középponton, a háromszög egyenlő szárú, E a B-be, E_1 az A-ba esik, az állítás semmitmondó.

Zambó Péter (Miskolc, Földes F. Gimn., I. o. t.)