Elég azt belátnunk, hogy a szorzat kifejtett alakjában különválasztva azokat a tag-tag-szorzatokat, melyeknek legalább egyik tényezője az adott tényezők utolsó tagja, a különválasztott szorzatok S összege 0. S a következő alakban írható:

$$S=\frac{64}{(a-2)a^2}\left(a^2-2a+4-\frac{8}{a}+\frac{16}{a^2}\right)-$$
$$-\frac{64}{(a+2)a^2}\left(a^2+2a+4+\frac{8}{a}+\frac{16}{a^2}\right)-\frac{64^2}{(a^2-4)a^4}.$$

A második zárójelbeli kifejezésből $1/a^2$-et kiemelve felismerjük, hogy a benn maradó kifejezés olyan szerkezetű, mint amilyet a^n-b^n szorzattá alakításában használtunk; itt $n=5$, és b helyén 2 áll, ezért

$$a^4+2a^3+4a^2+8a+16=\frac{a^5-2^5}{a-2}.$$

Ugyanígy az első zárójelben b helyén -2-t látunk, ezért

$$a^2-2a+4-\frac{8}{a}+\frac{16}{a^2}=\frac{a^5+32}{(a+2)a^2}.$$

Ezek alapján S egyszerűbb alakban írható:

$$S=\frac{64}{(a-2)a^2}\cdot\frac{a^5+32}{(a+2)a^2}-\frac{64}{(a+2)a^2}\cdot\frac{a^5-32}{(a-2)a^2}-\frac{64^2}{(a-4)a^4}.$$

A három tag nevezője közös, elég a számlálók összegét vizsgálnunk. Valóban

$$64(a^5+32)-64(a^5-32)+64^2=0.$$

Ezzel igazoltuk az állítást.

Kuluncsich Tibor (Baja, Tóth K. g. II. o. t.)

Megjegyzések. 1. A fenti átalakítások alapján (1) tényezői így alakíthatók:

$$\frac{a^5-32}{(a-2)a^2}+\frac{64}{(a-2)a^2}=\frac{a^5+32}{(a-2)a^2},\quad \text{ill.}$$
$$\frac{a^5+32}{(a+2)a^2}-\frac{64}{(a+2)a^2}=\frac{a^5-32}{(a+2)a^2}.$$

A jobb oldali számlálók felcserélve egyenlők a bal oldali első törtek számlálóival (a nevezők pedig felcserélés nélkül egyenlők), ezért a jobb oldalak (a teljes kifejezések) szorzata egyenlő a bal oldali első tagok (a megrövidített kifejezések) szorzatával. Így magát a szorzatot is megkaptuk rövidebb alakban.

Lengyel Tamás (Budapest, Berzsenyi D. g. I. o. t.)

2. Többen a fenti felismerést úgy mondták ki, hogy az (1)-beli tényezők első $5-5$ tagja mértani sorozatot alkot.