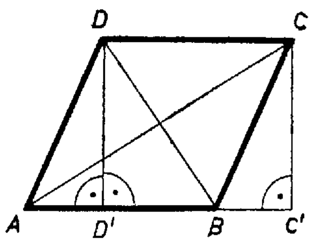
a) Derékszögű paralelogrammában az állítás érvényessége nyilvánvaló. Legyen az $ABCD$ paralelogrammában $AB \geq AD$ és $BAD\sphericalangle < ABC\sphericalangle$. Ekkor az AB egyenest a rá D-ből bocsátott magasság A és B között metszi egy D' pontban, a C-ből húzott magasság pedig a B-n túli C'-ben. Így az ACC' és BDD' derékszögű háromszögekből Pitagorasz tétele alapján

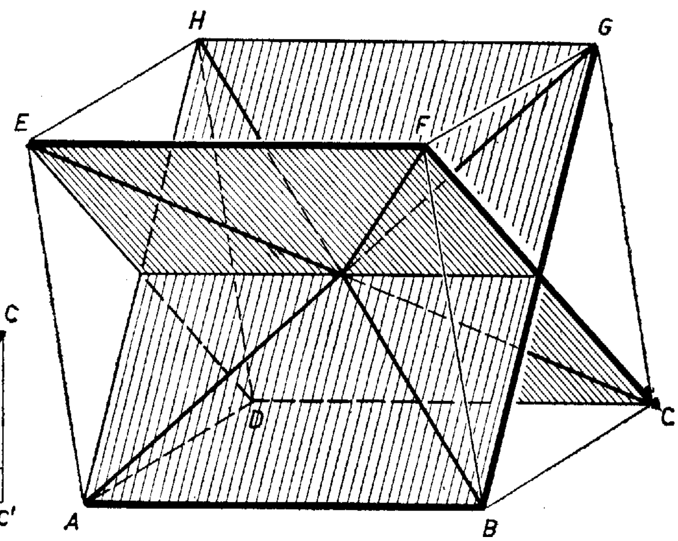
$$AC^2 = (AB + BC')^2 + CC'^2 = AB^2 + 2AB \cdot BC' + (BC'^2 + CC'^2),$$
$$BD^2 = (AB - AD')^2 + DD'^2 = AB^2 - 2AB \cdot AD' + (AD'^2 + DD'^2),$$

ezek összegéből pedig, figyelembe véve az $AB = CD$, $AD' = BC'$ egyenlőségeket, valamint hogy a zárójelekben a BCC' és ADD' derékszögű háromszögek befogóinak négyzetösszege áll:

$$AC^2 + BD^2 = AB^2 + CD^2 + BC^2 + AD^2.$$

Ezt kellett bizonyítanunk.





b) Legyen a hasáb alapja az $ABCD$, fedőlapja az $EFGH$ paralelogramma úgy, hogy az oldalélek AE, BF, CG, DH. A hasáb oldallapjai is paralelogrammák, így $AB \# CD \# GH \# FE$. Ezért az $ABGH$ és $CDEF$ négyszögek is paralelogrammák, és a hasáb AG, BH, CE, DF testátlói e két paralelogramma átlói. A bizonyítandó állítást úgy kapjuk, hogy az a) részben bebizonyított tételt alkalmazzuk az $ABGH$, $CDEF$, $BCGF$, $ADHE$ paralelogrammákra, az egyenlőségeket összeadjuk és a két oldalon fellépő azonos tagokat – az utóbbi két paralelogramma átlóinak négyzetét – elhagyjuk:

$$\begin{array}{c} AG^2 + BH^2 = AB^2 + GH^2 + BG^2 + AH^2, \\ CE^2 + DF^2 = CD^2 + EF^2 + CF^2 + DE^2, \\ BG^2 + CF^2 = BC^2 + FG^2 + BF^2 + CG^2, \\ AH^2 + DE^2 = AD^2 + EH^2 + AE^2 + DH^2. \\ \hline AG^2 + BH^2 + CE^2 + DF^2 = \\ = (AB^2 + CD^2 + GH^2 + EF^2) + (AD^2 + BC^2 + FG^2 + EH^2) + \\ +(AE^2 + BF^2 + CG^2 + DH^2). \end{array}$$

Scherer Ferenc (Esztergom, Temesvári Pelbárt g. II. o. t.)