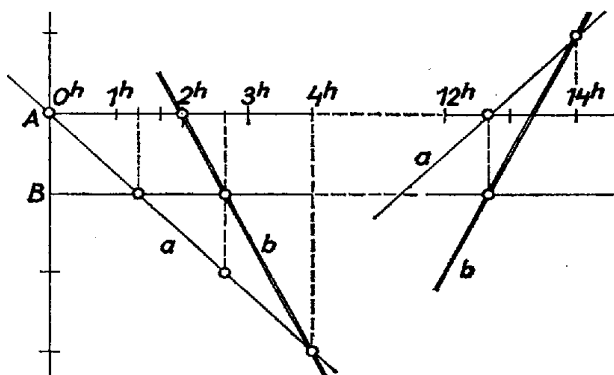


A hazaérkezés x időpontjának kiszámítását mindhárom megoldásban előkészítettük a mozgások egy-egy további adatának kiszámításával. Ez mindig egy másodfokú egyenletből adódott. Az I. megoldásban a teherautó és a személyautó sebességeinek v/V arányát, a II-ban a teherautó t menetidejét számítottuk ki (a meggondolásban a személyautó T menetidejét is felhasználva), a III-ban pedig azt az u időt, amennyi eltelt az első találkozástól a személyautó A -ba érkezéséig. Az eredmények – a három egyenlet közös $r^2 + 4t_2(t_2 - t_1)$ diszkriminánsának négyzetgyökét d -vel jelölve:

$$\begin{aligned} \text{I. } \frac{v}{V} &= \frac{r \pm d}{2t_2}, \quad \text{és ebből } x = t_3 + t_2 - \frac{t_1}{1 + v/V}; \\ \text{II. } t &= t_2 + \frac{-r \pm d}{2}, \quad T = \frac{t(t_2 - t_1)}{t - t_2}, \quad \text{és } x = t_3 + \frac{t(t_2 - t_1)}{t - t_1}; \\ \text{III. } u &= \frac{r + d}{2}, \quad \text{és } x = t_3 + u \left(1 - \frac{r}{t_2 + u}\right). \end{aligned}$$

d pozitív értékével adódtak a feladat elfogadott megoldásának eredményei: $v/V = 2/3$, $t = 6$ óra, ($T = 4$ óra), $u = 8/3$ óra, és mindegyikből $x = 16$ óra 24 perc. d negatív értékével viszont $v/V = -1/2$, $t = 1$ óra 20 perc, ($T = -0$ óra 40 perc), $u = -2$ óra, és mindegyikben $x = 12$ óra 40 perc, ezeket ott mellőztük, most az utóbbiakat kell értelmeznünk.



Vegyük úgy, hogy a mozgások a célba érkezés után is folytatódtak, illetőleg már az indulás előtt is folyamatban voltak. Ezzel a feladat első két adatát így értelmezzük: a teherautó éjfélkor haladt át A -n, a személyautó t_1 órákor haladt át B -n. A sebességek arányának negatív értékét a megszokott beszédmódban úgy értelmezhetjük, hogy a mozgások egyike ellentétes irányú, mint a szövegből gondolnók, vagyis egy irányban haladnak; ezért az eredeti feladatbeli szembetalálkozások helyett szemléletesebb azt mondani, hogy az egyik autó előzi a másikat. Együtt jár ezzel, hogy a megtett utakat is (A -tól, ill. B -től mérve) egyirányban tekintjük pozitívnak. A szembe haladás szemlélete alapján mondtuk az eredeti megoldásban azt, hogy az első találkozásig megtett utak *összege* adja A és B távolságát, ugyanígy a második találkozás utáni *összege* is. Ehelyett most a megfelelő egyenlet felállításában különbségeket kellene mondanunk. Mivel azonban a sebesség előjelének megváltoztatásával az úté is ellentétesre fordul ($s = vt$, azért képleteink, egyenleteink érvényesek maradnak.

Egy a mellőzött eredményekre vezető feladatszöveg a következő.

„Egy hosszabb útvonalon két autóbussz közeledik, egy lassúbb, a és egy gyorsabb, b . a -nak a garázsa az útvonal A városában van, b -é pedig B -ben. Följegyzik a kocsiknak az állomásokon való áthaladását, és azt is, mikor vannak az útvonal ugyanazon pontján. – Egy napon a éppen éjfélkor haladt át A -n, B irányában. Egy idő után B állomás közölte A -val a áthaladását. r órával később b átfutott A -n, t_1 órákor B -n és t_2 órákor előzte a -t. A fordított irányban b t_3 órákor előzte a -t. Ebben az útban érdekesen az adódott, hogy a ugyanakkor haladt el a garázsa előtt, mint b a magáé előtt. Hány órákor történt ez?”

Valóban, itt b játssza a fenti személyautó szerepét, a fenti V helyére $-V$ lép, ezért $v/V = 1/2$, vagyis az a kocsí sebessége fele a b -ének, menetidők az AB útszakaszon $t = 1^h 20^m$, ill. $T = 40^m$, tehát az a kocsí $1^h 20^m$ -kor haladt át B -n. Így a b kocsí r -rel később, 2^h -kor futott át A -n és T -vel később, $2^h 40^m$ -kor B -n (vagyis valóban t_1 -kor). Mivel $t_1 = 2t$, azért eddigre az a kocsí $2 \cdot AB$ utat tett meg, vagyis előnye b -hez képest éppen egyenlő az AB úttal. Ezt az előnyt, mivel b -nek a -val szemben fennálló sebességtöbblete éppen annyi, mint a sebessége, b újabb t idő elteltével hozza be, vagyis 4^h -kor éri el a -t, amint a feladat előírja. – Visszafelé B -n A irányában futnak át, és egyidőben van b a B -ben, a már az A -ban, ezért az újabb előzés csak A után következhetik be. Most is AB hosszúságú előnyt kell b -nek behoznia, ez a számított $x = 12^h 40^m$ után t idővel fejeződik be, akkor az óra 14^h -t mutat, tehát teljesült a feladat követelménye.

Ugyanerre a mozgás-párra jutunk a II. és a III. megoldás $t = 1^h 20^m$, ill. $u = -2^h$ eredményének értelmezéséből kiindulva. Az elsőt $t < t_2$ miatt hagytuk el. Ha már most a már $1^h 20^m$ -kor áthaladt B -n, és őt csak 4^h -kor előzte meg b , akkor b -nek az eredetivel ellentétes irányban kellett haladnia. Ugyanígy $u = -2^h$ azt jelenti, hogy a b autó 4^h előtt 2 órával, azaz már 2^h -kor áthaladt A -n; B -n ellenben csak $2^h 40^m$ -kor, tehát A -ból B irányában haladt.

Horváth Sándor (Budapest, I. István g. II. o. t.)

Sax Gyula (Budapest, Kölcsey F. g. I. o. t.) kiegészítésekkel