I. A kérdéses másodfokú polinom x^2+px+q alakú, mert x^2 együtthatója csak 1 lehet.

$$(x^2+px+q)^2 = x^4+2px^3+(p^2+2q)x^2+2pqx+q^2$$

akkor és csak akkor azonos (1)-gyel, ha az

$$a=2p, \qquad b=p^2+2q, \qquad c=2pq, \qquad d=q^2 \tag{3}$$

egyenlőségek mindegyike teljesül. Ezeket (2) bal oldalába beírva valóban

$$8p^3q^2-8pq^2(p^2+2q)+16pq^3=0.$$

Pl. az $(x^2+3x+2)^2$ polinom esetében $p=3$, $q=2$; $a=6$, $b=13$, $c=12$, $d=4$, ezeket (2) bal oldalába helyettesítve valóban 0-t kapunk.

II. Egyetlen példa elég annak megmutatására, hogy nem minden a (2)-t kielégítő a, b, c, d számnégyeshez létezik a kérdéses x^2+px+q polinom. Ilyen pl. $a=1$, $b=c=d=0$, mert x^4+x^3 nem négyzete semmilyen polinomnak. (Látható ez (3)-ból is, az utolsó egyenletből $q=0$, így a másodikból $p=0$, ezek a harmadik egyenletet kielégítik, de az elsőt nem.)

Általában a p, q számpárt mindig meghatározza a, b, c, d közül már kettőnek az értéke (3) megfelelő egyenletei alapján (esetenként több megoldás is lehet, de mindenesetre véges számú), és ezek a további két egyenletet általában nem elégítik ki. Viszont (2) teljesíthető akkor is, ha a p, q meghatározásához felhasznált két betűn túl egy harmadiknak az értékét is megválasztottuk, pl. bármely a, c, d értékhármas esetén a $b=(ac^2+8cd)/4\ ad$ értékkel – hacsak a, d egyike sem 0, különben pedig bármely b-vel.

Sass Éva (Szekszárd, Garay J. g. I. o. t.)

Megjegyzés. A (2) összefüggés kiadódik, ha (3)-ból p-t és q-t küszöböljük ki. Az első és a harmadik egyenlet fölhasználásával $p=a/2$, $q=c/2p=c/a$, ezeket a második egyenletbe helyettesítve, majd a negyedik fölhasználásával $a^2=(c/q)^2=c^2/d$-t írva:

$$b=\frac{a^2}{4}+\frac{2c}{a}=\frac{c^2}{4d}+\frac{2c}{a}.$$

Eszerint (2) következménye (3)-nak, de természetesen nem ekvivalens vele.