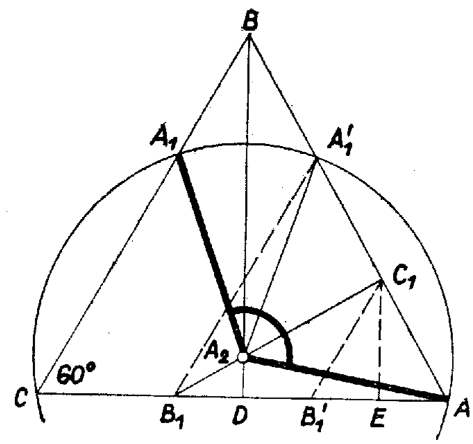
Mindkét állítás következik abból, hogy A_2 az ACA_1 háromszög köré írt kör középpontja, mert így A_2A és A_2A_1 e kör sugarai, az AA_2A_1 szög pedig a kör kisebb AA_1 ívén nyugvó középponti szög, így kétszerese az ACA_1 kerületi szögnek, amely pedig $60°$.



Legyen A_1 és B_1 tükörképe a háromszög BD magasságára nézve A_1', ill. B_1', és C_1 vetülete CA-ra E. Ekkor $DB_1 = B_1B_1'/2 = AC/6$. Továbbá AC_1B_1' egyenlő oldalú háromszög, mert $AB_1' = CB_1 = AC_1 = AC/3$, és A-nál $60°$-os szöge van, ezért E felezi AB_1'-t, $AE = AC/6$, és $DE = AC/3 = 2DB_1$. Eszerint D harmadolja a B_1E szakaszt. Mivel még $BD \| C_1E$, ezért BD harmadolja B_1C_1-et, átmegy A_2-n, tehát $A_2A = A_2C$, másrészt $A_2A_1 = A_2A_1'$. Már csak azt kell belátnunk, hogy $A_2A = A_2A_1'$. Ez abból adódik, hogy AB_1A_1' ugyancsak egyenlő oldalú háromszög, C_1 felezi AA_1'-t, tehát B_1C_1 merőleges rá, A_2 pedig a B_1C_1 szakasz pontja.

Szövényi László (Budapest, Bláthy O. techn. II. o. t.)

Megjegyzés. Az állítások számítással is bizonyíthatók.