I. megoldás. Az összehasonlítandó két kifejezés K különbsége így alakítható át

$$K = ab - (ad + bc) = b(a - c) - ad = b(a - c) - d(a - c) - cd = \\ = (b - d)(a - c) - cd. \tag{1}$$

Az első szorzat mindegyik tényezője nagyobb, vagy ugyanakkora, mint a második szorzat ugyanannyiadik tényezője, ugyanis a feltevések miatt

$$c + d \le b, \qquad c + d \le a, \text{ tehát} \tag{2}$$
$$(0 \le) c \le b - d, \qquad (0 \le) d \le a - c. \tag{2a}$$

Ezek összeszorzásával

$$(0 \le) cd \le (b - d)(a - c), \tag{3}$$

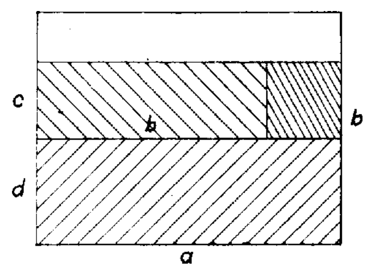
és így $K \ge 0$. Ezt kellett bizonyítanunk.

A vizsgált kifejezések csak akkor egyenlők, ha $K = 0$, vagyis ha (3)-ban egyenlőség áll. Ez pedig csak akkor teljesül, ha (2a)-ban, és így (2)-ben is mindkét helyen egyenlőség áll, vagyis ha $a = b = c + d$.

II. megoldás. Jelöljük a és b nagyobbikát n-nel, kisebbikét k-val, megengedve az $n = k$ esetet is. Ekkor

$$ad + bc \le nd + nc = n(c + d) \le n \cdot k = ab.$$

Biró Sándor (Budapest, Radnóti M. gyak. g. II. o. t.)



Megjegyzés. A II. megoldás így szemléltethető, feltéve, hogy $a \ge b$: az a és b oldalú téglalap a oldalával húzzunk párhuzamost d és $c + d$ távolságban. Ezek a téglalapból egy ad és egy $ac \ge bc$ területű téglalapot metszenek le. – Egyenlőség csak akkor áll fenn, ha a felső sáv nem jött létre, mert $b = c + d$, és a középső sávot egészen igénybe vettük, vagyis $a = b$.