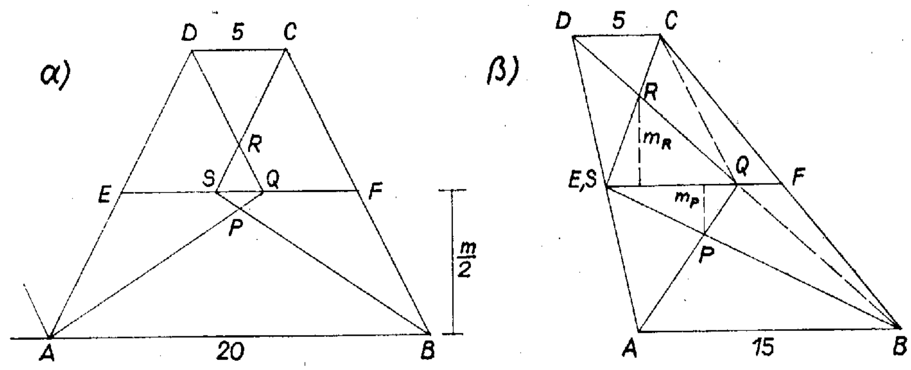
Az adott szakaszokból kétféleképpen állíthatók össze egy trapéz oldalai. Az 5 cm-es szakasz mindkétszer alap lesz, a másik alap pedig vagy 20 vagy 15 cm. Ugyanis a trapéz felbontható egy paralelogrammára és egy háromszögre, az utóbbinak két oldala egyenlő a trapéz száraival, a harmadik pedig a trapéz alapjainak különbségével, emiatt a két alap különbségének nagyobbnak kell lennie a két szár különbségénél. Ez azonban nem teljesül, ha az 5 cm-es szakaszt szárnak próbáljuk.



Legyen mindkét esetben az $ABCD = T$ trapézban $AB \parallel CD$, a kérdéses négyszög $PSRQ = N$ úgy, hogy P-ben a DAB és ABC szögek felezői metszik egymást s i. t., és az AD, BC szár felezőpontja E, ill. F. A Q, S pontok az EF középvonalon vannak, mert a szögfelező pontjainak tulajdonságánál fogva, pl. Q az AB-től is, CD-től is ugyanakkora távolságra van, ti. annyira, mint AD-től, tehát a távolság fele a trapéz m magasságának. Másrészt PQR és PSR derékszögek, mert pl. az ADC szög felezője párhuzamos az A-nál levő külső szög felezőjével, és így merőleges AQ-ra. Így *a kérdéses négyszög húrnégyszög.* – Továbbá Q rajta van az AD átmérő fölötti Thalész-körön, $QE = AD/2$, és ugyanígy $SF = BC/2$. Ezek alapján QS kiszámítható, egyenlő $EQ + SF = (AD + BC)/2$ és $EF = (AB + CD)/2$ különbségének abszolút értékével.

Amennyiben Q és S nem esnek egybe, P és R a QS, azaz EF egyenes két különböző partján adódik, ezért QS az N-et a QSP és QSR háromszögekre osztja, ezeknek QS-re merőleges m_P, m_R magassága kifejezhető annak alapján, hogy pl. ABP és QSP hasonló háromszögek:

$$m_P = \frac{m}{2} \cdot \frac{QS}{AB \pm QS}, \text{ hasonlóan } m_R = \frac{m}{2} \cdot \frac{QS}{QS \pm CD}$$

(a kettős előjelek közül az alsók akkor érvényesek, ha a pontok a középvonalon E, Q, S, F sorrendben adódnak). Így pedig N területe

$$\frac{1}{2} \cdot QS(m_P + m_R) = \frac{m \cdot QS^2}{4} \left(\frac{1}{AB \pm QS} + \frac{1}{CD \pm QS} \right).$$

Másrészt T területe $m \cdot EF = m(AB + CD)/2$, így a keresett arányszám

$$k = \frac{QS^2}{2(AB + CD)} \left(\frac{1}{AB \pm QS} + \frac{1}{CD \pm QS} \right).$$

Mármost I. $AB = 20$, $CD = 5$, $AD = BC = 15$ esetén (az ábra α része) $EF = 12{,}5$, $EQ = FS = 7{,}5$, $QS = EQ + SF - EF = 2{,}5$, és így

$$k_{\mathrm{I}} = \frac{2{,}5^2}{50} \left(\frac{1}{22{,}5} + \frac{1}{7{,}5} \right) = \frac{1}{45}.$$

Ebben az esetben T, és vele N is, szimmetrikus az AB felező merőlegesére, N húrdeltoid.

II. $AB = AD = 15$, $CD = 5$, $BC = 20$ esetén pedig (β ábrarész) $EF = 10 = FS$, S azonos E-vel, így $QS = EQ = 7{,}5$ és $k_{\mathrm{II}} = 7/40$.

Bulkai Tamás (Győr, Bencés g. II. o. t.) dolgozatából összevonással

Megjegyzés. Az I. esetben a szimmetriára és az adódó 60°-os szögekre támaszkodva egyszerűbb számítás lehetséges, a fenti megoldás viszont mindkét esetet egyszerre intézi el.