**I. megoldás.** Válasszunk $x$ számot pozitívnak, $n-x$-et negatívnak. Azok a szorzatok lesznek negatívok, amelyekben egyik tényező negatív, a másik pozitív, így – a párbaállítást minden lehetőség szerint elvégezve – számuk:

$$x(n-x)=\left(\frac{n}{2}\right)^2-\left(\frac{n}{2}-x\right)^2=\left(\frac{n}{2}\right)^2-\left(\frac{n-2x}{2}\right)^2.$$

Az első tag állandó, így a kifejezés értéke akkor a legnagyobb, ha a kivonandó a legkisebb.

Páros $n$ esetén $x$-et $n/2$-nek választva, a kivonandó 0, vagyis a számok felét választva pozitívnak, felét negatívnak, lesz a legtöbb szorzat negatív.

Páratlan $n$ esetén az $n-2k$ különbség abszolút értékének legkisebb értéke 1, ezt veszi fel $k=(n-1)/2$ és $k=(n+1)/2$ esetén. Eszerint úgy kapunk legtöbb negatív szorzatot, ha a pozitívnak és negatívnak választott számok száma 1-gyel tér el egymástól.

*Tátray Péter* (Budapest, Berzsenyi D. Gimn., II. o. t.)

**II. megoldás.** Mint láttuk, $k$ pozitív és $n-k$ negatív szám esetén $f(k)=k(n-k)$ negatív szorzat keletkezik. Olyan $k_0$-t keresünk, amelyre minden $i$ és $j$ természetes szám esetén (amire $k_0-i\geq 0$, ill. $k_0+j\leq n$)

$$\mathrm{f}(k_0-i)\leq \mathrm{f}(k_0) \quad \text{és} \quad \mathrm{f}(k_0+j)\leq \mathrm{f}(k_0).$$

Beírva $\mathrm{f}(k)$ kifejezését és az egyenlőtlenségeket rendezve

$$i(n+i-2k_0)\geq 0, \quad \text{ill.} \quad j(2k_0-n+j)\geq 0$$

adódik, azaz mivel $i$ és $j$ pozitív,

$$\frac{n+i}{2}\geq k_0\geq\frac{n-j}{2}.$$

Ez minden $i$, $j$ természetes számra egyedül akkor teljesül, ha páros $n$ esetén $k_0=n/2$, páratlan esetén pedig $k_0=(n-1)/2$ vagy $k_0=(n+1)/2$.

*Szűcs András* (Budapest, Fazekas M. gyak. gimn., II. o. t.)