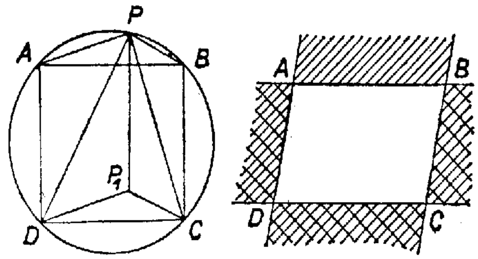
Ha valamelyik háromszögről megmutatjuk, hogy területe a másik három háromszög területének összegével egyenlő, ezzel azt is megmutattuk, hogy ez a legnagyobb területű.



Legyen a körön választott P pont a négyzet AB oldala fölötti negyedkörön; a négyzet további csúcsai legyenek C és D. Toljuk el az ABP háromszöget úgy, hogy az AB oldal DC-re kerüljön, P új helyzete P_1 legyen. Ekkor – a háromszögek területeit ugyanúgy jelölve, mint a háromszöget – nyilván $P_1DC = PAB$, továbbá az egy-egy átlójukkal kettévágott ADP_1P és BCP_1P paralelogrammából $DP_1P = PAD$ és $CP_1P = PBC$. Így

$$DCP = P_1DC + CP_1P + DP_1P = PAB + PAD + PBC.$$

Ezzel a feladat állítását bebizonyítottuk, sőt annál jóval többet is, hiszen a bizonyításban csak annyit használtunk ki, hogy $ABCD$ paralelogramma (még azt sem, hogy szögei derékszögek), továbbá hogy P az AB oldal és a DA, CB oldalak meghosszabbítása határolta tartományban (sávban) van. (Az ábrán egyszer vonalkázva.) A betűk megfelelő cseréjével alkalmazható a bizonyítás az ábra kétszer vonalkázott sávjaira is. Ha a pont határvonalon van, egy vagy két háromszög egyenesszakasszá fajul, területéül 0 veendő.

Balázs Dénes (Győr, Kazinczy F. g. II. o. t.)
Aczél Klára (Budapest, Fazekas M. gyak. g. I. o. t.)