

Beszorzások, négyzetre emelés és összevonás után a bal oldalon álló kifejezés a , majd b hatványai szerint átrendezve így alakul

$$a^2(bc + bd + cd) + a(b^2c + b^2d + bc^2 + 3bcd + bd^2 + c^2d + cd^2) + (b^2cd + bc^2d + bcd^2).$$

A jobb oldali nagy zárójelben ez áll:

$$ab + ac + ad + bc + bd + cd.$$

A négyzetre emelés során képezett kétszeres szorzatok az $1/2$ -del való szorzás után éppen a bal oldali kifejezést adják, ennél fogva a kérdéses egyenlőtlenség jobb és bal oldalának különbsége egyenlő a jobb oldal tiszta négyzetes tagjai összegének felével:

$$\frac{1}{2}(a^2b^2 + a^2c^2 + a^2d^2 + b^2c^2 + b^2d^2 + c^2d^2).$$

Ez sohasem negatív, tehát az egyenlőtlenség helyes. Egyenlőség csak akkor áll fenn a két oldal között, ha a, b, c, d közül legalább háromnak az értéke 0.

Agárdy Gyula (Budapest, Piarista g. II. o. t.)

Megjegyzés. Feladatunk kapcsolatba hozható az 1403. feladatnak a negyedfokú egyenletekre vonatkozó részével, ha a, b, c, d -vel egy negyedfokú egyenlet gyökeit jelöljük (és az 1403. feladatban együttthatóként más betűket használunk). Az (1)-ben fellépő rész-kifejezések a gyököknek szimmetrikus függvényei. A kapcsolat felkutatását és egyenlőtlenségünknek ezen az úton való bizonyítását ajánljuk az érdeklődőknek.

Gáspár András (Budapest, vasútgép. t. III. o. t.)