I. megoldás. A k számú 1-essel leírt számot A-val jelölve E-t úgy kapjuk, hogy A után ismét leírjuk A-t. A második leírás folytán az első leírás minden jegyének a helyi értéke 10^k-szor nagyobbá válik, így $E = A\cdot 10^k + A$. Másrészt $F = 2A$, így $E - F = A(10^k + 1 - 2) = A(10^k - 1)$.

Jegyeit kiírva 10^k-ban egy 1-es után k számú 0 áll, ezért az 1-gyel kisebb szám minden jegye 9-es, jegyeinek száma k, tehát

$$E - F = A(10^k - 1) = A\cdot 9A = 9A^2,$$

ennélfogva a keresett négyzetgyök $3A$, vagyis a k számú 3-assal leírt szám.

Varga Gabriella (Szombathely, Savaria g. III. o. t.)

II. megoldás. $k = 1, 2, 3$ esetén $E - F$ a 3, 33, ill. 333 négyzete. Teljes indukcióval bebizonyítjuk, hogy minden pozitív egész k szám esetén a feladatban szereplő $E = E_k$ és $F = F_k$ számok különbségének négyzetgyöke a k számú 3-assal leírt G_k szám. G_k nyilvánvalóan 1/3 része a k számú 9-essel írt számnak, ami viszont 1-gyel kisebb 10^k-nál, eszerint a következő sejtést akarjuk bizonyítani:

$$\sqrt{E_k - F_k} = G_k = \frac{10^k - 1}{3}. \tag{1}$$

Feltesszük, hogy (1) igaz valamely n pozitív egész számra. E_{n+1}-et úgy kapjuk E_n-ből, hogy utána írunk két 1-est, ezáltal az eddigi jegyek helyi értéke 100-szor nagyobb: $E_{n+1} = 100\cdot E_n + 11$, és hasonlóan $F_{n+1} = 10\cdot F_n + 2$. Mivel még F_n a G_n-nek 2/3 része, azért (1) felhasználásával

$$\begin{aligned} E_{n+1} - F_{n+1} &= 100E_n - 10F_n + 9 = 100\left(G_n^2 + F_n\right) - 10F_n + 9 = \\ &= 100G_n^2 + 90F_n + 9 = 100G_n^2 + 60G_n + 9 = (10G_n + 3)^2 = G_{n+1}^2, \end{aligned}$$

vagyis (1) valóban igaz a következő $n+1$ egész számra is.

Szentgáli Ádám (Budapest, Ady E. g. III. o. t.)