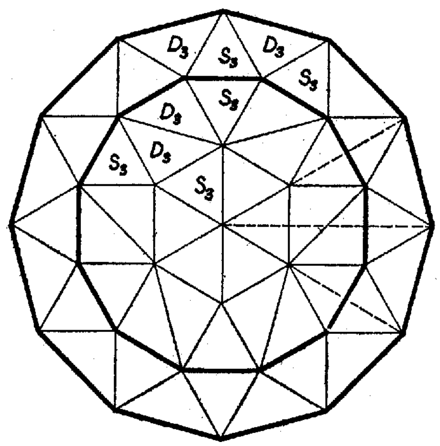
I. Húzzuk meg az adott S_{12} szabályos tizenkétszög oldalfelező merőlegeseit. Ezek az O középpontban metszik egymást, az oldal felezőpontjától O-ig terjedő szakaszuk egyenlő, és bármely két szomszédos oldalhoz tartozó ilyen szakasz között ugyanakkora szög van, a teljes szög 12-ed része.



Bármelyik oldal fölé rajzolt S_3 szabályos háromszög új csúcsa az oldalfelező merőlegesen, az előbbi szakasz meghosszabbításán adódik, az oldaltól mindig ugyanakkora távolságban. Ezért bármelyik új csúcsot O körül a teljes szög 12-ed részével elforgatva a szomszédos oldal fölé rajzolt S_3 új csúcsába jut át. Így a 12 új csúccsal meghatározott T_{12} tizenkétszög valóban szabályos.

II. S_{12} mindegyik szöge 150°, ez és a bezáró oldalakra rajzolt két S_3 a csúcsnál $150^\circ+2\cdot 60^\circ=270^\circ$ szögtartományt fed le, így az új csúcsok szomszédos párjainak összekötésével keletkező D_3 háromszögek S_{12}-vel közös csúcsánál 90°-os szög van. Ezért az S_{12} és T_{12} közti gyűrű alakú idom 12 db S_3-ból és 12 db egybevágó egyenlő szárú derékszögű D_3-ból áll, ugyanis mindegyik D_3 befogója egyenlő S_{12} oldalával.

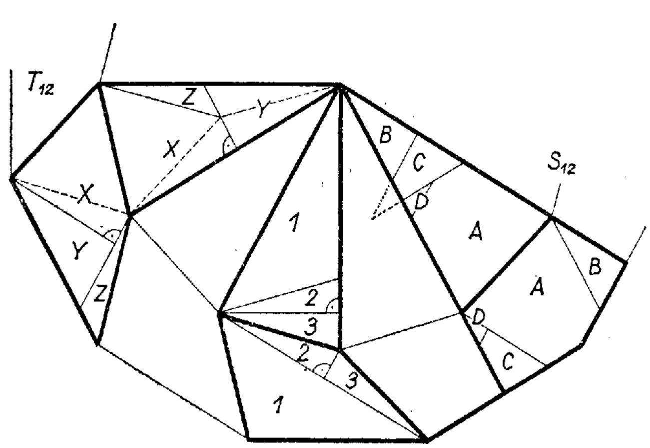
Rajzoljunk S_{12} minden második oldala, mint alap fölé, befelé S_3 szabályos háromszögeket. Ezek új oldalai $150^\circ-60^\circ=90^\circ$-os szöget zárnak be S_{12}-nek avval a csatlakozó oldalával, amelyre befelé nem rajzoltunk S_3-at. Ezért a 6 új csúcsot egymás után összekötve, a kihagyott oldalak fölött 6 egybevágó négyzetet kapunk, középen pedig egy S_6 szabályos hatszög adódik, mert S_{12}-nek a teljes szög 2/12-ed részével való forgatása az újabb S_3-akat egymásba viszi át.

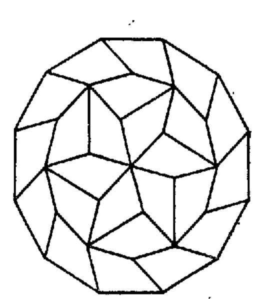
Húzzuk meg S_6 3 leghosszabb átlóját és a 6 négyzet 1–1 átlóját. Így S_6-ot 6 db S_3-ra, és mindegyik négyzetet 2 db D_3-ra osztottuk. Eszerint S_{12} ugyanúgy 12 db S_3-ból és 12 db D_3 ból áll, mint a gyűrű–idom. Ezzel az állítást bebizonyítottuk.

Feledi Ildikó (Nagykanizsa, Landler J. g. II. o. t.)
Muzsnai László (Debrecen, Református Koll. g. I. o. t..)

Megjegyzések 1. A területek egyenlőségét számítással is bizonyíthatjuk. Azt mutatjuk meg, hogy T_{12} területe 2-szer akkora, mint S_{12}-é. T_{12} hasonló S_{12}-höz, ezért területeik aránya egyenlő oldalaik négyzetének arányával. Oldaluk D_3-nak átfogója. ill. befogója, D_3 átfogójának négyzete viszont Pitagorasz tétele értelmében 2-szerese a befogó – vagyis S_{12} oldala – négyzetének.

Bozóky–Szeszich Ádám (Budapest, Berzsenyi D. g. II. o. t.)





2. A 2.*a* ábrán 3 átdarabolásos bizonyítást vázolunk S_{12} és a gyűrű–idom 1/12 része területének egyenlőségéhez. Az egyformán jelölt darabok egybevágóságának bizonyítását az olvasóra hagyjuk. Az 1, 2, 3 jelű felbontást *Csáki István*

(Szolnok, Verseghy F. g. II. o. t.) és *Jancsó Annamária* (Budapest, Fazekas M. gyak. g. II. o. t.), az X, Y, Z jelűt *Fürész József* (Tatabánya, Árpád g. III. o. t.), az A, B, C, D jelűt *Pócsik István* (Eger, Gárdonyi G. g. III. o. t.) dolgozatából közöljük, némi egyszerűsítéssel.

3. Tetszetős átdarabolást mutat a 2.b ábra, minden négyszöge egy D_3 és egy S_3 egybekapcsolásával áll elő. Az S_{12} 2–2 oldalára támaszkodó négyszögek tükrösen egybevágók a belső négyszögekkel.