I. Bővítsük (1)-et a számlálójával, majd az egyszerűsítés után kapott kifejezést $\sqrt{a}+\sqrt{a-b}$-vel.

$$K=\frac{2a+2\sqrt{ab}-2\sqrt{a(a-b)}-2\sqrt{b(a-b)}}{2b+2\sqrt{ab}}=$$
$$=\frac{(\sqrt{a}+\sqrt{b})(\sqrt{a}-\sqrt{a-b})}{\sqrt{b}(\sqrt{a}+\sqrt{b})}=\frac{\sqrt{a}-\sqrt{a-b}}{\sqrt{b}}=\frac{\sqrt{b}}{\sqrt{a}+\sqrt{a-b}}.$$

II. Jelöljük az L számlálójában álló négyzetgyököket rendre A, B, C, D-vel, írjuk a számlálót két különbség különbségeként, és alakítsuk át ennek és a két különbség szorzatának hányadosát, a hányados két tagját külön-külön gyöktelenítve:

$$\frac{(A-B)-(C-D)}{(A-B)(C-D)}=\frac{1}{C-D}-\frac{1}{A-B}=(C+D)-(A+B).$$

Az utolsó lépésben felhasználtuk, hogy a nevezők értéke $C^2-D^2=A^2-B^2=1$. A talált hányados egyenlő L nevezőjével, eszerint

$$L=(A-B)(C-D)=(\sqrt{a}-\sqrt{a-1})(\sqrt{a^2-a}-\sqrt{a^2-a-1}).$$

(Feltesszük persze, hogy egyik négyzetgyök alatt sincs negatív szám, vagyis $a^2-a-1=(a-0{,}5)^2-1{,}25\geq 0$, amikor $a-1\geq 0$ is teljesül.

III. L-nek $a=3$ esetén adódó értéke 3 értékes számjegyre számítva

$$(\sqrt{3}-\sqrt{2})(\sqrt{6}-\sqrt{5})=\sqrt{18}+\sqrt{10}-\sqrt{15}-\sqrt{12}\approx +0{,}0678.$$

Ez ugyanis a 957. gyakorlatban[1] kiszámított x-nek a negatívja.

$a=4$ esetén L első értékes számjegyének helyi értéke 0,01, ugyanis az iskolai négyjegyű függvénytáblázat 3 tizedes jegyre kerekített adataival

$$L=(2-\sqrt{3})(\sqrt{12}-\sqrt{11})=\sqrt{48}-\sqrt{44}-6+\sqrt{33}\approx$$
$$\approx 6{,}928-6{,}633-6+5{,}745=0{,}040,$$

és mivel egyik kerekítés hibája sem nagyobb 0,0005-nél, és a három kerekítés együttes hibája 0,0015-nél, azért $0{,}0385<L<0{,}0415$. Így L értékét 4 tizedesre kerekítve kell megadnunk. A számláló gyöktelenítésével

$$L=\frac{1}{2+\sqrt{3}}\cdot\frac{1}{\sqrt{12}+\sqrt{11}}=\frac{1}{\sqrt{48}+\sqrt{44}+6+\sqrt{33}}\approx\frac{1}{25{,}306}.$$

A kerekítési hiba iménti felső korlátjait ismét figyelembe véve L értéke 25,3075 és 25,3045 reciproka közé esik. Az előbbit, ami alsó korlát, lefelé, az utóbbit pedig fölfelé kerekítve $0{,}03951<L<0{,}03952$, így a kívánt érték 0,0395 (lefelé kerekítve).

Döme Éva (Makó, József A. g. II. o. t.)

[1] K. M. L. 31 (1965) 121. o.