

Természetesen feltesszük, hogy a kifejezéseknek van értelmük, az előfordult nevezők egyike sem 0.

I. Az (1) és (2) kifejezéseket közös nevezőre hozva és összeadva számlálójuk megegyezik:

$$S = abp + acn + bcm + mnp.$$

Egy tört csak akkor 0, ha a számlálója 0, így (1) miatt $S = 0$. De akkor (2) értéke is 0, mert 0-t bármivel osztva 0-t kapunk.

II. S mindkét kifejezésből úgy állt elő, hogy véve két számot (betűt), megszoroztuk őket egy-egy olyan kéttagú összeggel, melynek tagjai kéttényezős szorzatok, majd e két újabb szorzatot összeadtuk. A c és p tényezők kiemelésével S egy harmadik módon is alakítható a mondott szerkezetű kifejezéssé:

$$S = c(an + mb) + p(ab + mn).$$

Ennek alapján két, a feltételeknek megfelelő kifejezést írhatunk fel. S -et először az $(an + mb) \cdot p$ szorzattal osztjuk, másodsor pedig az előbb nem használt tényezőkből alakított szorzattal:

$$(3) \quad \frac{S}{(an + mb)p} = \frac{c(an + mb)}{(an + mb)p} + \frac{p(ab + mn)}{(an + mb)p} = \frac{c}{p} + \frac{ab + mn}{an + mb},$$

$$(4) \quad \frac{S}{c(ab + mn)} = \frac{p}{c} + \frac{an + mb}{ab + mn}$$

(a második esetben a két tagot felcserélve írtuk fel). Mindkét új kifejezés értéke eredeti alakjuk miatt 0, és mindkettő (1)-hez és (2)-höz hasonló szerkezetű.

A két új kifejezés tagjai egymásnak rendre reciprokai. Hasonlóan kapunk (1)-ből is, (2)-ből is egy-egy újabb, a feltételeknek megfelelő kifejezést, ha tagjaik helyére reciprokukat írjuk:

$$(5) \quad \frac{m}{a} + \frac{bp + nc}{bc + np},$$

$$(6) \quad \frac{n}{b} + \frac{cm + pa}{ca + pm}.$$

Berács József (Győr, Benedek-rendi Czuczor G. g. II. o. t.)

Megjegyzés. A feladat szándékosan nem írta le pontosan, mit értsünk „az adottakhoz hasonló szerkezetű” kifejezésen. A dolgozatokban előfordultak más értelmezések is, ezeket a Szerkesztő Bizottság legtöbbször elfogadta.