I. Az első szám kisebb a harmadiknál, mert az kisebb, ez pedig nagyobb 6-nál. A második szám egyrészt pozitív, ezért a * helyén nem állhat a kivonás jele, másrészt kisebb 1-nél, tehát a helyén szorzási jel sem állhat. A maradó összeadási és osztási jelet írva a csillag helyére, mindkétszer egyenlőséget kapunk:

$$\frac{169}{30}+\frac{13}{15}=\frac{195}{30}=\frac{13}{2}, \qquad \frac{169}{30}:\frac{13}{15}=\frac{13}{2}.$$

II. Legyen a csillag előtt álló szám A, az utána álló szám B; ekkora a talált összefüggés és belőle A kifejezése:

$$A+B=\frac{A}{B}; \qquad A=\frac{B}{\dfrac{1}{B}-1}=-\frac{B^2}{B-1}. \tag{2}$$

Eszerint bármely az 1-től különböző B számhoz található A szám a kívánt tulajdonsággal. (A kifejezés nélkül is belátható, hogy $B\neq 1$, mert $B=1$ mint osztó, változatlanul hagyja A-t, összeadandóként hozzákapcsolva pedig növeli.) Viszont A-t megválasztva nem mindig tudjuk[1] megadni B-t, mert másodfokú egyenletre jutunk.

III. Pozitív egész számokra szorítkozva nem képezhető (1) alakú egyenlőség, mert két pozitív egész szám összege nagyobb mindegyiküknél, hányadosuk viszont nem lehet nagyobb az első számnál.

Kiolvasható ez a megállapítás (2) utolsó alakjából is, amely csak $B=2$ esetén ad egész számot – különben ugyanis nem egyszerűsíthető, hiszen B és $B-1$ szomszédos egész számok, és ezért egymáshoz relatív prímek –, azonban az adódó egész érték negatív.

Gyarmati Erzsébet (Budapest, Radnóti M. gyak. g. II. o. t.)

Megjegyzés. A második kérdésre úgy is adhatunk választ, hogy meghatározzuk az összefüggést az (1) utolsó két számában fellépő közös C számláló és a D, E nevezők között. Az

$$x:\frac{C}{D}=\frac{C}{E} \qquad \text{és} \qquad x+\frac{C}{D}=\frac{C}{E}$$

egyenlőségekből x kifejezéseit egyenlővé téve

$$\frac{C^2}{DE}=\frac{C(D-E)}{DE}, \qquad C+E=D,$$

hiszen C, D, E egyike sem 0.

Ha megengedjük, hogy (1) utolsó számában új, F számláló lépjen fel, az előzőkhöz hasonlóan

$$\frac{F}{E}\cdot\frac{C}{D}=\frac{F}{E}-\frac{C}{D}, \qquad FC=DF-CE. \tag{3}$$

Közülük hármat választhatunk szabadon, és akkor a negyedik:

$$C=\frac{DF}{E+F}, \quad D=C+\frac{CE}{F}, \quad E=\frac{DF}{C}-F, \quad \text{ill.} \quad F=\frac{CE}{D-C}.$$

[1] I. osztályos tudással.