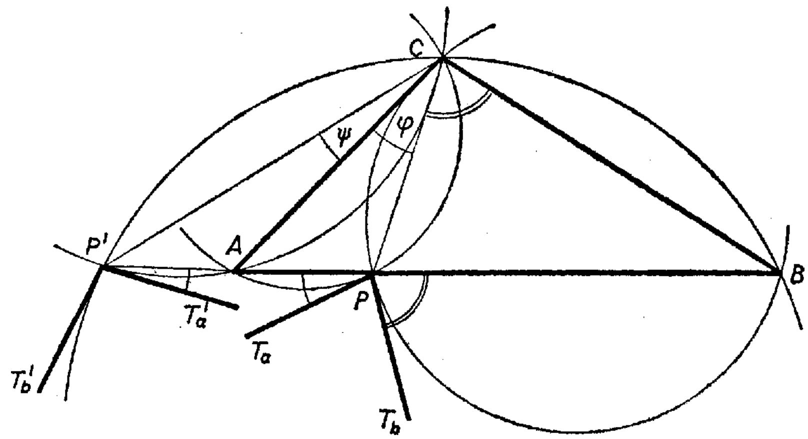
A P-ben meghúzott érintők közti négy szög közül bármelyikük meghatározza a többiek nagyságát. Azt a szöget fogjuk tekinteni, melynek szárai – ún. félérintők – az AB egyenesnek C-t nem tartalmazó partján haladnak.



Legyen P az AB oldalszakasz belső pontja, $PCA\sphericalangle = \varphi$, $ACB\sphericalangle = \gamma$, és az előírt félérintők egy-egy P-től különböző pontja rendre T_a, T_b. Ekkor $APT_a\sphericalangle = \varphi$, mert a PAC háromszög köré írt körben a C-t nem tartalmazó AP íven nyugvó kerületi szög. Hasonlóan $T_bPB\sphericalangle = PCB\sphericalangle = \gamma - \varphi$; ennek PB szára ellentétes irányú PA-val, így

$$T_aPT_b\sphericalangle = 180^\circ - APT_a\sphericalangle - T_bPB\sphericalangle = 180^\circ - \gamma.$$

Ha a mozgó pont az AB oldal A-n túli meghosszabbításán levő P' pontban van, legyen $P'CA\sphericalangle = \psi$. Így az előzőkhöz hasonlóan $T_a'P'A\sphericalangle = \psi$, $T_b'P'B\sphericalangle = P'CB\sphericalangle = \psi + \gamma$, és mivel $P'A$ és $P'B$ száruk egybeesik,

$$T_b'P'T_a'\sphericalangle = T_b'P'B\sphericalangle - T_a'P'A\sphericalangle = \gamma.$$

Megállapításunk akkor is érvényes, amikor P éppen áthalad A-n, ha ekkor az első kör helyett a C-n átmenő és AB-t A-ban, azaz P-ben érintő kört vesszük. Ekkor az érintő azonos az AB egyenessel. A másik kör viszont azonos az ABC háromszög köré írt körrel, így P-beli, más szóval A-beli kiszemelt félérintője γ szöget zár be AB-vel.

A kiválasztott szögre talált értékek egymás kiegészítő szögei, ezért összefoglalva kimondhatjuk, hogy a két érintő közti szögek egyike mindig γ.

Takács László (Sopron, Széchenyi I. G.)