I. megoldás. I. A követelmény szerint a

$$\overline{CCCCAC} : \overline{CCA} = \overline{ABBC}$$

osztás végén nem lép fel maradék. Itt a hányados négyjegyű, így az első rész-osztandó $\overline{CCC}$ volt, tehát $\overline{CCC} \geq \overline{CCA}$, azaz $C \geq A$. Továbbá a hányados első jegye $A = 1$, mert $\overline{CCC}$ és $\overline{CCA}$ különbsége egyjegyű, nem lehet meg benne mégegyszer az osztó. Legyen az első részmaradék $C - A = C - 1 = D$, így a második rész-osztandó $\overline{DC}$. Ez legfeljebb kétjegyű, így kisebb az osztónál, tehát a hányados második jegye $B = 0$.

Az eddigiek összevágnak azzal, hogy a hányados 3. jegye is B, azaz 0, hiszen a 3. rész-osztásból, $\overline{DCA} : \overline{CCA}$-ból, ahol $D < C$, más nem is következhet. A negyedik rész-osztás

$$\overline{DCAC} : \overline{CCA} = C,$$

és a próba szerint

$$\overline{CCA} \cdot C = \overline{DCAC}.$$

Ebből a helyi értékek, valamint $A = 1$ és $D = C - 1$ figyelembevételével C-re másodfokú egyenletet kapunk:

$$(110C + 1) \cdot C = 1000(C - 1) + 100C + 10 + C, \tag{1}$$

$$110C^2 - 1100C + 990 = 0, \qquad C^2 - 10C + 9 = 0, \tag{1a}$$

tehát $C = 9$ vagy $C = 1$.

Mindkét megoldás megfelel, mert a feladat nem írta elő, hogy a betűk helyére különböző számjegyeket írjunk. Valóban, $1009 \cdot 991 = 999\,919$, és $1001 \cdot 111 = = 111\,111$.

II. A fentiekben csak C meghatározásában használtuk fel, hogy a követelményt a tízes számrendszerben értettük. Egy X alapú számrendszerben – ahol $X \geq 2$, egész szám – (1) és a további számítás helyére a következők lépnek:

$$(C \cdot X^2 + C \cdot X + 1) \cdot C = (C - 1) \cdot X^3 + C \cdot X^2 + X + C,$$
$$(X^2 + X) \cdot C^2 - (X^3 + X^2) \cdot C + (X^3 - X) = 0,$$
$$X(X + 1) \cdot C^2 - X^2(X + 1) \cdot C + X(X + 1)(X - 1) = 0.$$
$$C^2 - XC + (X - 1) = 0, \text{ mert } X(X + 1) \neq 0,$$

és innen $C_1 = X - 1$, $C_2 = 1$. Eszerint eredményünk minden számrendszerben érvényes, C első értéke a számrendszer legnagyobb számjegye; megjegyezni csak azt kell, hogy $X = 2$ esetén a két megoldás egybeesik: $C_1 = C_2$.

II. megoldás. Egy három és egy négyjegyű szám szorzatának (jobbról számított) hatodik jegyét (az alap ötödik hatványának együtthatóját) a tényezők harmadik és negyedik jegyének (a második és harmadik hatvány együtthatójának) szorzata és az előző jegynél fellépő M maradék összegéből állapítjuk meg. Mivel itt hetedik jegy a szorzatban nincs, tehát a hatodik jegy megállapításánál átvinni való maradék nincs, így $A \cdot C + M = C$, azaz $A = 1$, $M = 0$, mivel C, mint szám első jegye, nem lehet 0.

Az ötödik jegy hasonlóan a negyedik és második, a harmadik és harmadik jegy szorzatának és az előző maradéknak – jelöljük N-nel – az összegéből adódik. $M = 0$ miatt itt sem lép fel maradék, így $A \cdot C + B \cdot C + N = (1 + B) \cdot C + N = C$. Innen $B = N = 0$.

Nézzük most a szorzat második jegyének keletkezését. Az első jegyek szorzata $1 \cdot C$, nem ad maradékot. Így a szorzat második jegye, ami 1, a $B \cdot A + C \cdot C = 0 \cdot 1 + C^2 = C^2$ utolsó jegye. Így a tízes számrendszerben C csak 1 vagy 9 lehet, és mindkettő meg is felel.

Tetszés szerinti x alapszám esetén a harmadik C jegy a C^2-ből adódó maradék, P, és a $B \cdot A + B \cdot C + C \cdot C = C^2$ utolsó jegyének összegéből adódik, azaz

$$P + 1 = C, \quad P = C - 1. \quad \text{Így} \quad C^2 = P \cdot x + 1 = (C - 1)x + 1. \quad \text{Átrendezve}$$
$$C^2 - 1 - (C - 1) \cdot x = (C - 1)(C + 1 - x) = 0,$$

tehát $C = 1$ vagy $C = x - 1$, és ismét mind a két érték megfelel.

Faragó Tibor (Budapest, Bláthy O. erősár. ip. techn. II. o. t.)