Az idézett $4 \times 4$ szorzatot tartalmazó szorzótáblát és a $40 \times 40$ szorzatot tartalmazó szorzótábla egy 5 soros 5 oszlopos részletét bemutatjuk, a szóban forgó utolsó jegy, ill. utolsó két jegy vastag betűtípussal ki van emelve. Az utóbbi táblázaton látható a **11**, **39** és **97** végződés ismétlődése, de mindegyik más sorban, más oszlopban áll.

| | 1 | 3 | 7 | 9 |
|---|---|---|---|---|
| 1 | **1** | **3** | **7** | **9** |
| 3 | **3** | **9** | 2**1** | 2**7** |
| 7 | **7** | 2**1** | 4**9** | 6**3** |
| 9 | **9** | 2**7** | 6**3** | 8**1** |

| | 87 | 89 | 91 | 93 | 97 |
|---|---|---|---|---|---|
| 21 | 18**27** | 18**69** | 19**11** | 19**53** | 20**37** |
| 23 | 20**01** | 20**47** | 20**93** | 21**39** | 22**31** |
| 27 | 23**49** | 24**03** | 24**57** | 25**11** | 26**19** |
| 29 | 25**23** | 25**81** | 26**39** | 26**97** | 28**13** |
| 31 | 26**97** | 27**59** | 28**21** | 28**83** | 30**07** |

A táblázatban a 100-féle kétjegyű számvégződés közül nem léphet fel az 50 páros végződés, mert az összeszorzott 01, 03, 97, …, 93, 97, 99 számok mindegyike páratlan, így a szorzatuk is páratlan:

$$(2k+1)(2m+1) = 2(2km+k+m)+1. \quad (k, m \text{ egész})$$

Továbbá az 50-féle páratlan kétjegyű végződés közül nem léphetnek fel az 5-re végződők; az ilyenek száma 10. Ha ugyanis egy (egész) szám 5-re végződik, akkor 5-nek páratlan többszöröse (esetleg 1-szerese), így bármely szorzat előállításában legalább az egyik tényező 5-tel osztható, mert az 5 törzsszám, és ezért 5-re is végződik; ilyen tényezőt pedig itt nem vettünk figyelembe. A maradó 40-féle kétjegyű végződés éppen az a 40 kétjegyű szám, amit a szorzótábla sorainak (és oszlopainak) ún. *bemenő számai*ként figyelembe vettünk. Így a feladat állítása élesebben úgy fogalmazható, hogy bármely sor 40 szorzatából a kétjegyű végződéseket leválasztva valamilyen sorrendben a bemenő számokat kapjuk.

Tegyük fel az állítással ellentétben, hogy az $A$ bemenőszámhoz tartozó sorban két különböző szorzat kétjegyű végződése egyenlő, legyen oszlopaik bemenőszáma $B$, ill. $C$, a végződés pedig $D$. Ekkor

$$AB = 100M + D, \qquad AC = 100N + D.$$

(ahol $M$, $N$ egész számok), és így különbségük

$$AB - AC = A(B-C) = 100(M-N),$$

osztható 100-zal. Törzsszámok szorzataként $100 = 2^2 \cdot 5^2$, így a bal oldal osztható $2^2$-nel is, $5^2$-nel is. Egy szorzat csak úgy osztható egy törzsszámmal, ha legalább egy tényezője osztható vele. Ámde a feltevések miatt $A$ sem 2-vel, sem 5-tel nem osztható, tehát $B-C$ osztható $2^2$-nel is, $5^2$-nel is, azaz 100-zal. Két kétjegyű szám különbsége azonban kisebb 100-nál, ezért az oszthatóság csak $B-C=0$, $B=C$ esetén állhat fenn, ami pedig ellentmondás, hiszen $B$ és $C$ a feltevés szerint különbözők.

Lehetetlen tehát, hogy egy sorban két kétjegyű végződés megegyezzék, így minden sorban bármely két végződés különböző. Ezt kellett bizonyítanunk.

*Moson Péter* (Budapest, Fazekas M. Gyak. g. I. o. t.)