A kívánt értékeket könnyen számíthatjuk az adott kifejezés négyzetének polinom-alakjából. Ugyanis abból az x^2-es, x^3-ös és az x^4-es tag hiányzik:

$$K^2 = 1 + x - \frac{7}{128}x^5 + \frac{7}{512}x^6 - \frac{5}{1024}x^7 + \frac{25}{16\,384}x^8.$$

Továbbá az x^5-ös tag abszolút értéke mindegyik előírt x-érték esetében kisebb a 6-ik tizedes számjegy helyi értékénél, hiszen már a legnagyobb abszolút értékű $x = \pm\,0{,}1$ esetében

$$\left|\frac{7}{128} \cdot x^5\right| < \frac{7}{100}0{,}1^5 = 0{,}000\,000\,7 < 0{,}000\,001.$$

Végül mert a további 3 tag abszolút értéke rendre kisebb az előtte állónál, a 4., 5., 6. tag abszolút értékének az aránya az előzőéhez rendre

$$\left|\frac{x}{4}\right|, \qquad \left|\frac{5x}{14}\right|, \qquad \left|\frac{5x}{16}\right|,$$

és ez a hányados mindegyik előírt x esetében kisebb 1-nél, hiszen pl. $|x| = 0{,}1$ esetében értékük 1/40, 1/28, ill. 1/32.

Mindezek ellenére nem mondhatjuk, hogy elég K^2 első két tagját figyelembe vennünk. Ugyanis egyrészt az x^5-es tag abszolút értéke, legalábbis $x = \pm\ 0{,}1$ esetén, még nagyobb a 6. tizedes jegy helyi értékének felénél:

$$\left|\frac{7}{128} \cdot x^5\right| > \left|\frac{7}{140} \cdot x^5\right| = \left|0{,}05 \cdot x^5\right| = 0{,}000\,000\,5,$$

és ezért a keresett értékek 6 tizedesre való kerekítésében még figyelembe veendő, másrészt arra is kell gondolni, hogy a kisebb értékű tagok összege szintén módosíthatja a kerekített értéket, ha esetleg külön-külön nem is módosíthatják azt.

Tekintsük K^2-nek 3–6. tagjait előbb az előírt negatív x értékek esetében, ekkor mind a 4 tag pozitív. $x = -0{,}1$ esetén az első két értékes jegyet kiszámítva a $-\,7x^5/128$ tag kisebb, mint 0,000 000 54. A következő tag, mint láttuk, ennek 1/40 része, a továbbiak még kisebbek, így a további 3 tag együtt kisebb a 3. tag 3/40 részénél, ami kisebb 0,000 000 05-nél, ennélfogva a 3–6. tagok összege 0,000 000 5 és 0,000 000 6 közé esik. Az első két tagot is figyelembe véve

$$K^2 = 1 - 0{,}1 + 0{,}000\,000\,5\ldots, \text{ kerekítve } 0{,}900\,001.$$

Az $x = -0{,}05$ érték 1/2 része az előbbi x-nek, tehát a 3. tag $1/2^5 = 1/32$ része az előbbinek, tehát kisebb, mint ha 2-est írunk a 8. tizedes helyre, a további 3 tag mindegyike kisebb a 3. tag 1/80 részénél, így a 4 tag együtt sem éri el a 6. tizedes jegy helyi értékének felét, tehát ekkor $K^2 = 1 - 0{,}05 = 0{,}95 = 0{,}950\,000$. (Az utóbbi alak végén 4 értékes zérus áll.)

Hasonlóan $x = -0{,}01$ esetén $K^2 = 0{,}990\,000$.

Az előírt pozitív x értékek esetében K^2 tagjai a 2.-tól kezdve váltakozó előjelűek. Másrészt, mint láttuk, rendre kisebbek az előttük álló tagnál. Ezért az 5. és 6. tag összege olyan előjelű, mint az 5. tag, és abszolút értékben kisebb annál; ennélfogva ezt az összeget a 4. taghoz adva ugyanúgy nem változtatunk annak előjelén, mint ahogyan a puszta 5. tag hozzáadásával sem változtatnánk, így a 4–6. tagok összege olyan jelű, mint a 4. tag, és abszolút értékben kisebb annál.

$x = +0{,}1$ esetében K^2 harmadik tagja kisebb, mint $-0{,}000\,000\,53$, a 4–6. tagok összege pozitív, és (az 1/40 részt felkerekítve) kisebb 0,000 000 02-nél, így a 3–6. tagok összege $-0{,}000\,000\,5$ és $-0{,}000\,000\,6$ közé esik, tehát $-0{,}000\,001$-re kerekítendő (ugyanis K^2 első két tagja a 6. tizedes jegyig tekintve kerek szám), $K^2 = 1{,}099\,999$.

$x = +0{,}05$ és $x = +0{,}01$ esetében a 3. tag abszolút értéke kisebb a 6. tizedes jegy helyi értékének felénél, méginkább áll ez a 3–6. tagok összegének abszolút értékére, ekkor K^2 értéke 1,050 000, ill. 1,010 000.

Horváth Sándor (Budapest, I. István g. I. o. t.)

Megjegyzés. Eredményeinket megfordítva a kézenfekvő az a sejtés, hogy a kapott $1{,}099\,999 \approx 1{,}1$, $0{,}900\,001 \approx 0{,}9$, valamint az 1,05, 0,95, 1,01, ill. 0,99 számok négyzetgyökére közelítő értéket kapunk, ha K-ban x helyére rendre $\pm 0{,}1$-et, $\pm 0{,}05$-ot, ill. $\pm 0{,}01$-ot írunk, általában, hogy K az $1 + x$ szám négyzetgyökének közelítő értékét adja. A sejtés bizonyos feltételek teljesülése esetén helyes, azonban a feltételek megállapítása messze vezetne.